



עבודת גמר בהיסטוריה

תמורות בגישה למתמטיקה בעת העתיקה



מגיש: אלחנן ויזן

מנחה: פרופ' רז חן-מוריס, האוניברסיטה העברית בירושלים

מורה מלווה: ד"ר יעל יוסטוס-סגל

חורף תשפ"ב/ב/2022

מחזור ל"א

הקדמה

כשאני מספר על עבודת הגמר שלי, שואלים אותי לעיתים קרובות: "למה אכפת לך מהאסטרונומיה היוונית? בשביל מה זה עוזר?". אז קודם כל, אני מודה; העבודה הזו (ככל הנראה) לא תועיל לכם בחיי היום-יום. היא לא תעזור לכם לקשור שרוכים מהר יותר ולא תקפל בשבילכם כביסה. בעיניי, מטרת לימוד וחקר ההיסטוריה אינה פתרון בעיה מעשית כזו או אחרת. מטרתו של המחקר ההיסטורי היא לענות על צורך עמוק יותר ואישי יותר, שלדעתי טמון ברוב האנשים באופן כזה או אחר. יש חוקרים את ההיסטוריה בחיפוש אחר מורשת, בין אם דתית, לאומית או כלל אנושית, יש שחוקרים את ההיסטוריה מתוך סקרנות טבעית לעבר, סקרנות שבשלב מסוים הופכת לצורך ודוחפת אותם ללמוד ולחקר. במקרה שלי, הצורך שהוביל אותי לכתוב עבודת גמר בהיסטוריה, ודווקא בהיסטוריה של הגישה למתמטיקה אצל הוגים יוונים, הוא הצורך לשלב בין מדעי הרוח למדעים המדויקים. כשהתחלתי את תהליך המחקר היה ברור לי שאבחר נושא במסגרת לימודי הרוח, אך כזה שיש בו זיקה משמעותית למדע ולמתמטיקה. שני התחומים מעניינים אותי ומסקרנים אותי, ולא הייתי מוכן לוותר על אחד מהם. לכן, חיפשתי נושא שמשלב בין מדעי הטבע למדעי הרוח, וגיליתי שחקר המתמטיקה והפילוסופיה של המתמטיקה בעולם ההלניסטי הוא אחד הנושאים שמאפשרים לעשות את השילוב הזה בצורה הטובה ביותר. הסיבה המרכזית לכך היא שליוונים לא ממש הייתה ההבחנה שהתחבטתי עמה, בין המדעים המדויקים לפילוסופיה. לכן, כאשר נעשה דיון מתמטי, נוכח ברקע הדיון הפילוסופי, ולהפך. כך, עבודה זו אפשרה לי להתעמק הן בסוגיות פילוסופיות שעמדו בפני הוגים היוונים, והן בעולם המתמטי שלהם, ולשלב היסטוריה, מתמטיקה ופילוסופיה לכדי עבודה אחת.

תודות

בסיום תהליך הכתיבה של העבודה הזו, אני רוצה להודות למספר אנשים שלקחו חלק בתהליך שעברתי:

ליעל, על שסייעה לי במחסומי כתיבה וארגון,

לברנד, על שפתח בפניי את עולם האסטרונומיה היוונית,

לשי, שהפכה את השעות הקשות לקלות יותר,

ליואב, על שאפשר לי לעבוד בספרייה גם בשעות המאוחרות של הלילה,

ולבסוף לרז, על שהנחה אותי במסירות יוצאת דופן ועזר לי לכתוב את העבודה הטובה ביותר שיכולתי לכתוב.

תוכן עניינים

1 מבוא
	פרק ראשון: מתמטיקה ביוון הקלאסית
4 1.1 מדע ומתמטיקה אצל אריסטו
9 1.2 האופטיקה של אוקלידס
12 1.3 המתמטיקה ככלי חינוכי
	פרק שני: אפולוגיה של מתמטיקאי
16 2.1 ההקדמה לחיבור המתמטי – הגדרות
19 2.2 ההקדמה לחיבור המתמטי – מעמד המחקר המתמטי
21 2.3 ההקדמה לחיבור המתמטי – למה דווקא אסטרונומיה?
23 2.4 מודל האקוונט – דוגמה מתמטית לגישה פילוסופית
	פרק שלישי: נפילת המסורת התלמאית
27 3.1 התיאולוגיה של תלמי
28 3.2 שינויים תיאולוגיים – עליית הנצרות
30 3.3 שינויים תיאולוגיים – האסכולה הניאופלטונית
32 3.4 פרוקלוס – מהי המתמטיקה?
34 3.5 פרוקלוס – אפיסטמולוגיה מתמטית
36 3.6 פרוקלוס – מהי שימושיות המחקר המתמטי?
37 3.7 פרוקלוס – נגד האסטרונומיה התלמאית
39 סיכום
41 ביבליוגרפיה

מבוא

יודע אני כי בן-תמותה אנוכי, יצור
בר-יום; אולם בהתחקותי אחר
מעגליהם הנעים של הכוכבים,
שמספר כה רב להם, רגלי כבר לא
נחות על הקרקע, אלא בעומדי עם
זאוס בכבודו ובעצמו, אני לוקח
ממנת האמברוסיה שלי, מזון
האלים.¹

המתמטיקה היוונית היא אחד המפעלים החשובים והנרחבים של התרבות האנושית. במשך מאות שנים ניסו טובי המוחות של התרבות ההלניסטית להבין את תכונותיו של המספר, לרבע את המעגל, או לחשב את היקף כדור הארץ. שאלות אסטרונומיות נחשבו לחלק מהותי מהעיסוק המתמטי, ואחת התעלומות המרכזיות עמן התמודדו המתמטיקאים היוונים הייתה תנועתם של גרמי השמיים. התחקותם של האסטרונומים היווניים אחר התנועה הזו, הפכה את האסטרונומיה היוונית לסמל ולפסגת האסטרונומיה העתיקה. על תחילתה של המסורת האסטרונומית הזו קשה להצביע, מכיוון שכבר בדיווחים המוקדמים ביותר שלה, ובעיקר בכתביהם של אפלטון ואריסטו, מתוארת אסטרונומיה מפותחת בצורה משמעותית.² למרות הקושי הזה, הצליחו היסטוריונים להתחקות אחר חלקים מהתפתחותה של האסטרונומיה היוונית, בדגש על חובותיה לתרבויות השכנות לה. עבודה זו עוסקת באחד המקטעים של ההתפתחות הזו, ובפרט בהיסטוריה של רעיון חדשני בתוך המסורת האסטרונומית היוונית.

דמות מפתח בהתפתחות של האסטרונומיה היוונית היא תלמי (Κλαύδιος Πτολεμαῖος), מתמטיקאי אלכסנדרוני בן המאה השנייה לספירה שחיבוריו נחשבים לשיאה של האסטרונומיה היוונית.³ כמתמטיקאי תלמי חקר נושאים רבים מלבד האסטרונומיה, אך עבודתו הידועה ביותר היא **החיבור המתמטי** (מיוונית: Μαθηματικὴ Σύνταξις), שכתוצאה מהמפגש עם התרבות הערבית נקרא לעיתים "אלמגסט", משמע, "הגדול". ספר אסטרונומיה זה, שפורסם כספר לימוד, הוא הגורם המרכזי להלל שזכה תלמי והמפעל האסטרונומי שלו; בתוכו תלמי הצליח להציג מודלים גיאומטריים המתארים את תנועתם של כל גרמי השמיים המוכרים דאז, הישג שלא נראה כמוהו בהיסטוריה של האסטרונומיה העתיקה.⁴ הצלחה זו הקנתה ל**החיבור המתמטי** מעמד גבוה, והוא היה החיבור האסטרונומי ששלט בכיפת השמיים עד המהפכה הקופרניקנית, שהחלה כ-1400 שנה לאחר מותו של תלמי. כתוצאה מהצלחה זו, ובגלל האופי הטכני של חיבוריו, היסטוריונים רבים ראו בתלמי אסטרונום טכני ותו לא. את הרקע הפילוסופי ל**החיבור**

¹ מכתם זה מיוחס לתלמי. ראו:

Claudius, Ptolemy. *The Greek Anthology*, Volume III: Book 9: The Declamatory Epigrams. Translated by W. R. Paton. Cambridge, Harvard University Press, 1917. p. 321.

² על הקושי להתחקות אחר מקורות האסטרונומיה היוונית ראו: עדו, יעבץ. **גלגלים ומזלות**. ירושלים: הוצאת ספרים ע"ש י"ל מאגנס, 2010. עמ' 13-26.

³ תלמי חי בערך בין השנים 100 – 170 לספירה.

⁴ גרמי השמיים המוכרים ביוון העתיקה הם ירח, שמש, חמה, נגה, מאדים, צדק ושבתאי.

המתמטי ייחסו אותם היסטוריונים לאריסטו.⁵ מעבר להתייחסות הזו, הגישה המחקרית כלפי תלמי הייתה זהירה, והיו אף שהאשימו את תלמי וטענו שהוא לא ביצע תצפיות בעצמו, אלא השתמש בתצפיות של קודמיו וייחס אותן לעצמו.⁶ למרות זאת, בשנים האחרונות הוסבה תשומת הלב של המחקר אודות תלמי דווקא לרקע הרעיוני של **החיבור המתמטי** ולחידושים הפילוסופיים שתלמי מציג בו. השינוי ביחס לתלמי הוא שינוי דרמטי; ממתמטיקאי טכני, שתרומתו למחקר האסטרונומי לוטה בערפל, הפך תלמי לפילוסוף-מתמטיקאי. בין ההיסטוריונים שהתייחסו לתלמי ככזה ניתן למצוא את ליבה טאוב (Liba Taub) שהתייחסה למשנה הפילוסופית של תלמי והצביעה על הבדלים בין הפילוסופיה של תלמי לפילוסופיה של אריסטו. ז'קלין פקה (Jaqueline Feke) גם היא הצביעה על הבדלים כאלו, והציגה את תלמי בתוך ההקשר הפילוסופי של בני זמנו.⁷ מעבר לכך, כריסטיאן טולסה (Cristian Tolsa) ניסה לחשוף עוד מידע על חייו של תלמי ועל הרקע התרבותי בו הוא חי.⁸ כל אלה אמנם חשפו מידע חשוב על תלמי ועל הפילוסופיה שלו, אך הם לא התייחסו להמשך המסורת התלמאית בעת העתיקה המאוחרת.

נוסף על החידושים הפילוסופיים של תלמי, ישנו עוד חלק בחקר האסטרונומיה היוונית שחשוב למחקר הזה, והיא דעיכת האסטרונומיה היוונית. אוטו נויגבאואר (Otto Neugebauer), מן ההיסטוריונים החשובים של האסטרונומיה היוונית, הסביר שהאקלים התרבותי של האימפריה הרומית המאוחרת לא התאים למחקר מדעי, ולכן לא נכתבו אז כתבים אסטרונומיים שהם מעבר לפירושים ותוספות לתלמי.⁹ עידו יעבץ מתייחס לתשובה הזו וכותב **בגלגלים ומזלות**:

קשה להצביע על שינוי מהותי כללי ביחס העילית החברתית שיש בכוחו להסביר מדוע דעכה רוחו היצירתית של המדע היווני בעולם ההלניסטי, ובפרט, מדוע לא נעשה כל ניסיון משמעותי לקדם את האסטרונומיקה המתמטית [היינו, האסטרונומיה היוונית] מעבר לעבודתו של תלמי.¹⁰

עבודה זו משלבת את שאלת הדעיכה של האסטרונומיה היוונית יחד עם תובנות היסטוריות חדשות בנוגע לחידושים הפילוסופיים של תלמי, ומנסה לעמוד על ההיסטוריה של הרעיון התלמאי. בפרט, מחקר זה בא במטרה להבין את הנסיבות ההיסטוריות שמנעו מהגישה התלמאית למצוא המשך בעת העתיקה המאוחרת. כיצד זה ייתכן שגישה מתמטית חדשנית, המתבטאת בטקסט ששרד במשך למעלה מאלף שנים, לא זכתה להמשך ולא השפיעה על הוגים מאוחרים לתלמי? בתחילת המחקר שיערתי כי הגורם המרכזי לשינויים הללו טמון בתמורות בתוך האסכולה המתמטית. ואמנם, לאחר שקראתי עוד ספרות משנית ומקורות ראשוניים, נוכחתי לדעת כי הדיון בנוגע למחקר המתמטי היה רחב הרבה יותר בהגות היוונית. הוגים יוונים ראו במחקר המתמטי לא רק ככלי חישובי וחיפשו דרך למקם אותה בתוך המרחב ההגותי. כלומר, המתמטיקה לא היוותה עניין רק עבור העוסקים בה, אלא מקומה בעולם היה עניין שנידון גם על

⁵ על ההתייחסות ההיסטורית לתלמי לאורך השנים ראו:

Liba, Taub. *Ptolemy's Universe: The Natural Philosophical and Ethical Foundations of Ptolemy's Astronomy*. Chicago: Open Court, 1993. pp. 7-17.

R.R, Newton. *The crime of Claudius Ptolemy*. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 1977. ⁶

Jacqueline, Feke. *Ptolemy's Philosophy: mathematics as a way of life*. Princeton: Princeton University Press, ⁷ 2018.

Cristian, Tolsa. *Claudius Ptolemy and Self-Promotion: A Study on Ptolemy's Intellectual Milieu in Roman Alexandria*. 2013. University of Barcelona, PhD dissertation. ⁸

Otto, Neugebauer. *A History of Ancient Mathematical Astronomy*. New York: Springer, p. 942. ⁹

¹⁰ יעבץ, **גלגלים ומזלות**, עמ' 288.

ידי אילו שלא עסקו בה, ושהשפיעו רבות על עיצוב המחשבה היוונית לשנותיה. כתוצאה מההבנה הזו השערתי השתנתה, והתחלתי לחפש שינויים חיצוניים למחקר המתמטי שהובילו לנטישת הרעיון של תלמי. לבסוף, ולאחר קריאה צמודה של ספרות מקור ומשנה על תלמי, ההשערה שלי תפסה את הצורה הבאה: תמורות תיאולוגיות בעת העתיקה המאוחרת, האחת היא עליית הנצרות והשנייה היא עליית האסכולה הניאופלטונית, היו הגורם המרכזי לדחיית גישתו של תלמי. כדי לאשש את ההשערה הזו, מחקר זה מתעמק בהבדלים בין גישתו של תלמי למתמטיקה לבין גישות מוקדמות לו, ובמיוחד בגישה של אריסטו, הפילוסוף היחיד שתלמי מפנה אליו בכתביו.¹¹ נוסף על כך, כדי להבין את האופן שבו הטענות של תלמי נדחו, מחקר זה מנתח את טענותיו של תלמי בדבר העליונות של המתמטיקה ולמצוא את התפיסות שעומדות מאחורי הטענות הללו. כך, ובאמצעות השוואה של התפיסות של תלמי אל מול תפיסות של הוגים מאוחרים לו, מחקר זה יכול לספק תשובה אפשרית לשאלת ההיעלמות של המסורת התלמאית.

המגבלה העיקרית שעמדה בפני המחקר הזה היא מחסור במקורות שנכתבו על ידי מתמטיקאים העוסקים בגישתם הפילוסופית למתמטיקה. ייתכן ומתמטיקאים מלבד תלמי כתבו על גישתם למתמטיקה, אך תלמי הוא מהמתמטיקאים היחידים שכתבו על פילוסופיה המדע שלהם. כתוצאה מכך, המסקנות שניתן להסיק על הגישות כלפי המתמטיקה לרוב נוגעות לגישות של הוגים שלא עסקו במתמטיקה כמחקר המרכזי, כלומר גישות חיצוניות למחקר המתמטי. מחקר זה מנסה להתגבר על המגבלה הזו תוך ניתוח של הוכחות מתמטיות שנעשו בידי מתמטיקאים יוונים וקישור שלהן לדיון רעיוני נרחב יותר של הוגים שאינם מתמטיקאים. בנוגע לפרקי הזמן אליהם אני מתייחס, בעבודה זו העת העתיקה של העולם היווני-רומי מתחילה במאה השביעית לפני הספירה. התקופה הקלאסית מתחילה עם אפלטון ואריסטו וממשיכה עד למאה השנייה אחרי הספירה עם הוגים כגון תלמי. בהתאם, העת העתיקה המאוחרת היא התקופה המאוחרת לתלמי, שנמשכת עד למאה השביעית אחרי הספירה, עם סגירת האקדמיה האפלטונית. מעבר לכך, עבודה זו מתבססת ברובה על מקורות ראשוניים. לרבים מן המקורות הללו אין תרגום בעברית, ולכן, אלא אם מצוין אחרת, כלל התרגומים בעבודה זו הם תרגומים שלי מאנגלית לעברית. בתרגומי ניסיתי להיצמד, עד כמה שאפשר, לתרגום האנגלי, והמהדורות בהן השתמשתי נמצאות בהערות השוליים. אני מקווה שכל אלה יביאו לכדי מחקר היסטורי מדויק ומחכים, שיאיר אור חדש על חקר המתמטיקה היוונית.

¹¹ קלאודיוס פטולמאיוס, "החיבור המתמטי". המחשבה הפיסיקאלית בהתהוותה: מן הפילוסופיה הקדם-סוקראטית עד הפיסיקה של הקוואנטיים. תרגום ועריכה: שמואל סמבורסקי. ירושלים: מוסד ביאליק, 1999. עמ' 120.

פרק ראשון – מתמטיקה ביוון הקלאסית

1.1 תפיסת המדע אצל אריסטו

"כל בני-האדם שואפים מטבעם אל הדעת", פותח אריסטו בספר הראשון של **המתפיזיקה**.¹² אבל מהו הידע אותו בני האדם משתוקקים לדעת? האם ניתן להשיג אותו כלל? אם ניתן להשיג אותו, האם ישנם סוגי ידע שונים? ואם כך מהו הידע הטוב ביותר? שאלות אלה העסיקו את אריסטו, והתשובות שהוא מספק להן בחיבור זה מהוות בסיס לתפיסה המדעית שלו. חשוב להתעמק בגישה המדעית של אריסטו, מאחר והיה לה מקום מרכזי בעולם המחשבה ההלניסטית, וכפי שיוצג בהמשך, חידושו של תלמי מתבסס במידה רבה על היררכיית המדעים של אריסטו. יש להתחיל, אם כן, בחלוקת הידע כפי שהיא מופיעה **במתפיזיקה א'**:

התפיסה החושית היא נחלתם הטבעית של בעלי-החיים משעת לידתם. מתוך תפיסה חושית זו נוצר הזיכרון, אולם רק בחלק מהם (...) הבריות [זולת האדם] חיות על-פי דמיונות וזכרונות, וכמעט אינן מגיעות לכלל ניסיון. אבל המין האנושי חי גם על פי אומנות ודרכי מחשבה. הניסיון של בני-האדם מקורו בזיכרון, כי ריבוי הזכרונות של אותו דבר משלים את אפשרותו של ניסיון אחד. נדמה היה שהניסיון הוא כמעט דבר אחד עם המדע והאומנות: אולם המדע והאומנות נקנים לבני-האדם באמצעות הניסיון, כי הניסיון יצר את האומנות (כמו שאומר פולוס) ואי-הניסיון את המקרה. האומנות נוצרת כשמתוך הרבה משפטים של הניסיון מתקבלת דעה אחת כוללת על אודות הדברים הדומים זה לזה.¹³

לפי אריסטו, השלב הראשון והבסיסי ביותר של הידיעה מורכב מהיכרות עם סוגים שונים של תחושות. תחושות, מגדיר אריסטו, הן המידע שמגיע לנו מהחושים, והיכרות עם תחושות שונות מאפשרת לנו לזהות הבדלים ביניהן (כמו ההבדל בין חום לקור).¹⁴ זיכרון של תחושות וההבדלים ביניהן מאפשר לידע של האדם להתקדם לשלב הבא במבנה הידיעה של אריסטו, והוא הניסיון. ניסיון אצל אריסטו הוא ידע שנוצר מתוך חיבור של זיכרונות רבים לתוך מושג כללי. באמצעות המושג הכללי הזה, מסווג אדם את תחושותיו. לאחר התקלות חוזרת ונשנית עם אנשים שונים, לדוגמה, אדם עלול ליצור מושג כללי של אדם, ובאמצעות המושג הכללי הזה לסווג משהו בתור אדם כשהוא נתקל בו. האומנות, היא השלב הבא בתורת הידיעה של אריסטו, היא "כשמתוך הרבה משפטים של הניסיון מתקבלת דעה אחת כוללת".¹⁵ את כוונתו מבהיר אריסטו באמצעות דוגמה מעולם הרפואה. כשנתקל רופא במחלה מסוימת, כתוצאה מהניסיון שלו עם סוגים שונים של טיפולים, הרופא יכול לשקול בדעתו מהו הטיפול שיעזור לפציינט. הידיעה הזו היא אומנותו של הרופא, והדרך אליה היא צבירת ניסיון.¹⁶ באופן כללי, האומנות היא כל מיומנות שיש בה שיקול דעת, כאשר שיקול הדעת הזה מבוסס על הניסיון.

¹² אריסטו, **מתפיזיקה א'**, 21א980. תרגום: ח"י רות. ירושלים: מאגנס, 1998. עמ' 21.

¹³ אריסטו, **מתפיזיקה א'** 7א981-25א980, עמ' 21.

¹⁴ אריסטו, **מתפיזיקה א'** 26-7א980, עמ' 21.

¹⁵ אריסטו, **מתפיזיקה א'** 7-5א981, עמ' 22-23.

¹⁶ אריסטו, **מתפיזיקה א'** 7-5א981, עמ' 23.

אריסטו רואה באומנות ידיעה טובה יותר מידיעת התחושות, הזיכרון או הניסיון.¹⁷ הסיבה לכך היא שאת האומנות ניתן ללמד, בעוד שאת שאר הידיעות שהוא מזכיר אי אפשר להעביר לאדם אחר. אך למרות זאת, האומנות אינה הידיעה הנעלה אצל אריסטו. זאת מאחר שמסקנותיו של האומן אינן מוחלטות ואינן נצחיות, אלא תלויות בניסיונו של האומן. ועל אף ככל שהניסיון הזה רחב יותר, כך גם שיקול הדעת שמפעיל האומן טוב יותר וודאי יותר, אין בשיקול הדעת של האומן וודאות אמיתית.¹⁸ הרופא נותן את צמח המרפא למטופל כי ניסיונו מלמד אותו לעשות זאת, ולא מתוך ידיעה של סיבה ראשונית ונכונה-תמיד על גוף האדם שמובילה אותו למסקנה שצמח המרפא יסייע למטופל. ברגע שהרופא שלא מכיר את הסיבה הראשונית הזו יתקל במחלה שלא הכיר, האומנות שלו לא תהיה רלוונטית, שהרי היא תלויה בניסיון שלו, והוא לא יוכל לרפא את החולה. כאן מציג אריסטו סוג ידע חדש, טוב יותר מן האומנות, והוא הידע המדעי. הידע המדעי הוא ידיעת הסיבות הראשוניות למושא הידיעה.¹⁹ משמעות התואר "ראשוניות" בהקשר הזה הוא שלסיבות הללו אין סיבות קודמות להן. הסיבות הללו הן נצחיות, נכונות-תמיד, ומביעות משהו על המהות של מושא הידיעה. המדען, לדוגמה, יכול להסביר כיצד המהות של גוף האדם מובילה לכך שהתרופה מקלה על המחלה. הסבר זה נכון תמיד, כי הוא לא תלוי באדם שהתרופה הזו ניתנה לו או במקום שבו היא ניתנה לו. הוא נובע מן הסיבות הראשוניות, הנצחיות והנכונות תמיד, שהן מהות גוף האדם. את מבנה ההכרה של אריסטו ניתן לסכם כך; בעקבות התחושות נוצר הזיכרון, העומד בבסיס הניסיון. אדם בעל ניסיון ממושך רוכש את האומנות, כלומר, את שיקול הדעת לפעול בדרך אחת ולא באחרת. ולבסוף, אדם שהגיע לסיבות הראשוניות לדבר מה, מגיע לידיעה מדעי. המדע של אריסטו הוא המחקר ששואף להגיע לידיעה המדעי, לידיעת הסיבות הראשוניות, הנצחיות, והנכונות-תמיד.

בתחום העיוני של המחשבה האנושית, כלומר זה שלא עוסק בדברים מעשיים ולא ביצירה, מזהה אריסטו שלושה מדעים; הפיזיקה, המתמטיקה, והתיאולוגיה.²⁰ כל אחד מן המדעים האלה מוגדר על פי שני קריטריונים על מושאי המחקר שלו. הקריטריון הראשון הוא האם מושא המחקר חוה שינוי, והקריטריון השני הוא האם מושא המחקר מתקיים באופן עצמאי, ללא תלות בחומר או בדברים אחרים. הפיזיקה, על פי אריסטו, הוא מדע שחוקר דברים משתנים, ושאינם מתקיימים באופן עצמאי אלא תלויים בחומר.²¹ התיאולוגיה, עוסקת בדברים שאינם משתנים ושאינם תלויים ומתקיימים באופן עצמאי לחלוטין.²² בניגוד לשאר המדעים העיוניים, המתמטיקה ומושאי המחקר שלה לוטים בערפל עבור אריסטו.²³ לפי אריסטו, ניתן לטעות ולחשוב שמושאי המחקר המתמטי הם דברים ששייכים לעולם מתמטי נפרד מהעולם הפיזיקלי.²⁴ למרות זאת, אריסטו נוכח שהמתמטיקה ישימה גם בעולם הפיזיקלי; המשולשים הגיאומטריים והמספרים האריתמטיים יכולים להידמות לאובייקטים טהורים, חסרי שינוי, נצחיים

¹⁷ אריסטו, **מטפיזיקה א'** 10-5ב981, עמ' 24.

¹⁸ אריסטו, **אתיקה: מהדורת ניקומאכוס**. תרגום: יוסף ג. ליבס. תל אביב: שוקן, 1985. עמ' 142.

¹⁹ אריסטו, **אתיקה: מהדורת ניקומאכוס**, עמ' 141.

²⁰ Aristotle, *Metaphysics* VI 1026b18-9. Translated by C.D.C Reeve. Cambridge: Hackett Publishing Company, 2016. p. 100.

²¹ Aristotle, *Metaphysics* VI 1025b18-20, p. 98.

²² Aristotle, *Metaphysics* VI 1026b15-16, p. 100.

²³ בפרק זה נעשה שימוש נרחב באסופה של סיר הית', שתרגם את רוב הקטעים בהם אריסטו עוסק במתמטיקה.

, Thomas Little, Heath. *Mathematics in Aristotle*. Oxford: Clarendon Press, 1949.

²⁴ זוהי, לפי אריסטו, הטעות של אפלטון. ראו:

אריסטו, **פיזיקה א – ב**. תרגום: יהודה לנדא. ירושלים: מאגנס, 2005. עמ' 47.

ושונים לחלוטין ממה שניתן למצוא בטבע, אך למרות זאת ניתן להשתמש בגיאומטריה ואריתמטיקה בשביל מטרות מעשיות. כיצד זה ייתכן? בשונה מאפלטון, שהניח כי למושאי המחקר המתמטי יש איזשהו קיום בלתי תלוי במציאות החושית, מנסה להיפטר מהערפל הזה בעזרת הטיעון שלא קיים עולם מתמטי נפרד מהעולם הפיזיקלי.

מאחר שהוגדר בכמה משמעויות נאמר הטבע, יש אחרי זאת לעיין במה נבדל המתמטיקאי מחוקר הטבע שהרי לגופים טבעיים מישורים, [מבנים] תלת-ממדיים, אורכים ונקודות שבהם מתבונן המתמטיקאי. ונוסף על כך, [יש לעיין] באסטרונומיה אם היא שנה מחקר הטבע או היא חלק ממנו, שהרי אם מתפקידו של חוקר הטבע להכיר שמש וירח מהם, אין זה מתקבל על הדעת, [שאין זה מתפקידו להכיר] את התכונות המתלוות שיש להם על פי עצמם, ובמיוחד שהחוקרים בטבע מדברים במפורש על דפוס הירח והשמש, ואם לארץ וליקום יש מבנה כדורי או לא. בדברים אלה עוסק גם המתמטיקאי, אך לא בתור גבול של גוף טבעי של כל אחד מהם. כמו כן אין הוא מתבונן בתכונות המתלוות כמתלוות לדברים כגון אלה. בשל כך הוא מפריד אותם, כי הם נפרדים מן התנועה על ידי המחשבה, ואין זה משנה כלל ובהפרדתם לא נוצר שקר.²⁵

המתמטיקאי האריסטוטלי חוקר דברים ששייכים לעולם הפיזיקלי, וההבדל בינו לבין הפיזיקאי הוא הדרך שבה הוא חוקר את הדברים הללו. בעוד שהפיזיקאי חוקר את האובייקט הפיזיקלי בתור אובייקט פיזיקלי, כלומר, אובייקט משתנה, שעשוי מחומר כלשהו ובעל תכונות פיזיקליות נוספות, המתמטיקאי מפריד את התכונות אותן הוא חוקר (כגון אורך או צורה של אובייקט פיזיקלי) משאר התכונות של מושא המחקר (כגון שינוי או חומר) וחוקר אותו כאילו התכונות היחידות שיש לו הן אלו הרלוונטיות לאותו מתמטיקאי (כגון צורה או שטח). אם מדובר, לצורך העניין, במשולש עשוי ברונזה, המתמטיקאי שרוצה לחקור את המשולש מפשיט את האובייקט מכל התכונות שלא מהותיות להגדרה שלו כמשולש, כגון הריח שלו, הטעם שלו או החומר שממנו הוא עשוי, וחוקר רק את הצורה המשולשת שלו. המתמטיקה היא בעצם חקר של דברים פיזיקליים תוך שימוש בהליך מחשבתי בו מפשיטים את כל התכונות שאינן נלוות בהכרח לתכונה המתמטית חוקרים. ההפשטה הזו, טוען אריסטו, אינה בעייתית; למרות ההפשטה הזו, ההוכחות המתמטיות נכונות גם לגבי האובייקט הפיזיקלי המופשט, מכיוון שהתכונות המתמטיות משותפות גם להם וההפשטה מתבצעת בתוך ההבנה האנושית ולא במציאות.²⁶ כך מבהיר אריסטו את הערפל סביב המתמטיקה והיישום שלה בעולם הפיזיקלי.

מעבר לכך, אריסטו מזהה במתמטיקה "ענפים מתמטיים שקרובים יותר למחקר הטבע", כגון אופטיקה ואסטרונומיה. מה שחשוב לדיון הנוכחי הוא האופן שבו אריסטו עונה על שאלת השימוש במתמטיקה להבנת העולם הפיזיקלי. כלומר, איך אריסטו רואה את אופן הפעולה של המתמטיקאי שמיישם את הטענות שלו על העולם הפיזיקלי?

גם אלה מבין הענפים המתמטיים שקרובים יותר למחקר הטבע כמו אופטיקה, הרמוניה ואסטרונומיה, מבחינה מסוימת עומדים הם ביחס הפוך לגאומטריה: שהרי הגאומטריה בוחנת קו טבעי, אך לא כטבעי, בעוד שהאופטיקה – קו מתמטי אמנם, אך לא כמתמטי אלא כטבעי.

²⁵ אריסטו, פיזיקה א – ב. תרגום: יהודה לנדא. ירושלים: מאגנס, 2005. עמ' 47.

²⁶ לדיון נרחב יותר בדבר הקיום של התכונות המתמטיות בטבע אצל אריסטו ראו:

Lear, Jonathan. "Aristotle's Philosophy of Mathematics." *The Philosophical Review*, vol. 91, no. 2, 1982, pp. 92-161.

ומאחר שהטבע [נאמר] בשני אופנים – הצורה והחומר – יש להתבונן [בו] כך כאילו בוחנים כמתמטי חרומיות [של האף] מהי, דהיינו דברים מעין אלה הם לא בלי החומר ואף לא על פי החומר.²⁷

כאן אריסטו מציג את היחס בין מתמטיקה "טהורה" למתמטיקה יישומית. ההבדל בין המתמטיקאי למתמטיקאי היישומי טמון בצורה שבה הם מתייחסים למושאי המחקר שלהם.²⁸ אם המתמטיקאי עוסק במתמטיקה כמופשטת מהמציאות הפיזיקלית, המתמטיקאי היישומי מוסיף על הפשטה הזו תכונה פיזיקלית מסוימת, וחוקר את ההשלכות שלה. לשימוש הזה יש יתרון משמעותי; המתמטיקאי שמיישם את המתמטיקה על העולם הפיזיקלי יכול להשתמש בהוכחות המתמטיות כבסיס למחקר שלו.²⁹ אך שימוש זה הוא גם חסרונה של המתמטיקה היישומית. ראשית, המתמטיקאי היישומי כפוף למחקר הפיזיקלי, במובן הזה שאין זה מתחמומו להבין את התופעה הפיזיקלית אותה הוא חוקר. כלומר, מי שחוקר את מדע האופטיקה לוקח כמובן מאליו את תופעת הראייה, ומשתמש בהפשטה מתמטית כדי להתייחס לתופעה הזו. במובן הזה, המתמטיקאי מוגבל לתחום מאוד מסוים של תכונות בתוך העולם הפיזיקלי, שאותן הוא אמנם יכול לחקור בצורה טובה, אך כאמור, מוגבלת. מעבר לכך, המתמטיקה היישומית, בגלל השימוש שלה בגיאומטריה, נחותה ביחס אליה. לעניין זה יש משמעות רבה על הצורה שבה אריסטו רואה את המדע הזה, מאחר והגיאומטריה היא המדע הנחות ביותר בהיררכיית המדעים של אריסטו.

"אם כך, קיימים שלושה סוגים של מדעים עיוניים: הפיזיקלי, המתמטי, והתיאולוגי. ומתוך אלה האחרון הוא הנעלה מכיוון שהוא עוסק באובייקטים הנעלים ביותר, וכל מדע נחשב נעלה או נחות על פי האובייקטים אותם הוא חוקר".³⁰ אריסטו מציג היררכיה בין המדעים העיוניים, והוא מסביר את ההיררכיה כך: מדע יחשב נעלה ביותר אם הוא חוקר את הדברים הנעלים ביותר, והדברים הנעלים ביותר הם אלה שאינם משתנים ושלא תלויים באובייקטים אחרים, היינו, המניע הבלתי מונע.³¹ לפיכך, המדע התיאולוגי, שחוקר את מה שלא משתנה ושלא תלוי בחיצוני לו, הוא המדע הנעלה. על פי אותה אובייקטים המתמטיים, אף על פי שאינם משתנים אינם נעלים כמו האובייקטים התיאולוגיים. הסיבה לכך היא שהאובייקטים המתמטיים כפי שאריסטו מציג אותם הם למעשה הפשטה של אובייקטים פיזיקליים, כך שהם תלויים באובייקטים הפיזיקליים עליהם הם מבוססים ואינם מתקיימים בפני עצמם. האובייקטים הפיזיקליים גם הם נחותים לאובייקטים התיאולוגיים מכיוון שהם משתנים, גדלים, מתכווצים, ונעים.

העליונות שאריסטו מייחס למדע התיאולוגי על שאר המדעים לא מוטלת בספק בכל המחקרים שנעשה בהם שימוש כאן. בניגוד לכך, המקום של המחקר המתמטי בהיררכיית המדעים של אריסטו והיחס בין הפיזיקה למתמטיקה אצל אריסטו הוא עניין מסובך יותר, ויש להתעכב ולהתעמק בו. פקה, בדיונה על

²⁷ אריסטו, *פיזיקה א-ב*, עמ' 47.

²⁸ Modrak, D. K. W. "Aristotle on the Difference between Mathematics and Physics and First Philosophy." ²⁸

Apeiron: A Journal for Ancient Philosophy and Science, vol. 22, no. 4, 1989, pp. 121–39.

Richard D. McKirahan Jr. "Aristotle's Subordinate Sciences." *The British Journal for the History of Science*, ²⁹

vol. 11, no. 3, 1978, pp. 197–220.

Aristotle, *Metaphysics* XI 1064b1-6, p. 185. ³⁰

Aristotle, *Metaphysics* XI 1064a32–38, p. 186. ³¹

היררכיית המדעים של אריסטו, טוענת כי המתמטיקה תופסת מקום משני אצל אריסטו גם ביחס לפיזיקה, ומזהה את הפסקה הבאה מתוך **המטפיזיקה** כמשלימה את היררכיית המדעים האריסטוטלית.³²

אם חומרי הטבע היו הראשוניים מהדברים הקיימים, אזי מדע הטבע יהיה הראשון שבמדעים, אך אם ישנו סוג חומר וטבע כלשהו, בלתי-תלוי ושאינו משתנה, המדע העוסק בו מוכרח להיות נפרד ממדע הטבע וקודם לו.³³

לפי הקריאה שמציעה פקה לפסקה הזו, היררכיית המדעים העיוניים של אריסטו היא כדלקמן; ראשית ישנה התיאולוגיה, היא המדע שעוסק במה שלא משתנה ושלא תלוי בדבר. תחתיה נמצא המחקר הפיזיקלי, ואחרונה היא המתמטיקה. פקה טוענת כי אריסטו מציב את אי-התלות בדברים אחרים כקריטריון למדע המדויק יותר. המתמטיקה אמנם לא משתנה, אך מושאי המחקר שלה תלויים במציאות הגשמית, מהם היא מפשיטה את התכונות הפיזיקליות שלהם. המציאות הגשמית, בניגוד להפשטה המתמטית, לא תלויה בדבר, מה שהופך את המחקר המתמטי לנחות ביחס למחקר המתמטי. ואמנם, נראה שקשה לערער על כוונתו של אריסטו, באומרו "אזי מדע הטבע יהיה הראשון שבמדעים". ובכל זאת, ישנם חוקרים המזהים את המחקר המתמטי כמחקר נעלה ביחס למחקר הפיזיקלי. בפרט, ריב (Reeve) טוען כי היחס בין הפיזיקה למתמטיקה הוא יחס של מדע נחות מול מדע נעלה, קשר שמתואר בפסקה הבאה של אריסטו:³⁴

מדע כלשהו הוא מדויק יותר וקודם למשנהו (1) אם הוא עוסק גם בעובדות וגם ב'לשם מה' ולא בעובדות בנפרד מ'לשם מה'; (2) או אם [המדע הנחות] עוסק בנושא כפוף [לו] והוא לא (למשל, כמו שאריתמטיקה מדויקת יותר מהרמוניה); (2) או אם הוא ניצב על פחות הנחות בסיס והשני על כמה הנחות בסיס נוספות (כמו שאריתמטיקה מדויקת יותר מהרמוניה).³⁵

בפסקה זו, אריסטו מציב מספר קריטריונים להבחנה בין מדע מדויק ונעלה לבין מדע נחות ומדויק פחות. הטענה של ריב בנויה בעיקרה מקישור של הקריטריון השלישי של אריסטו, לפיו המדע הנחות הוא זה שמתחיל מפחות הנחות בסיס, מקשר לאמירה הבאה מתוך **על השמיים**, אותה הוא מביא בתרגומו:

ישנם קשיים במדע הטבע שאין במתמטיקה, שהרי על דברים מתמטיים מדברים בהפשטה [מחומר], בעוד שעל דברים גשמיים מדברים עם הנחת בסיס נוספת.³⁶

הקישור של ריב בעייתי ממספר סיבות. ראשית, תרגומו של ריב שונה מאלו של מתרגמים אחרים. לצורך העניין, שני תרגומים מרכזיים **לעל השמיים** בשפה האנגלית מפרשים את הפסקה הזו בצורה שונה לחלוטין.

Feke, *Ptolemy's Philosophy: Mathematics as a way of life*, p. 13. ³²

Aristotle, *Metaphysics XI*, 1064a30–36, p. 186. ³³

C. D. C, Reeve. *Substantial Knowledge: Aristotle's metaphysics*. Indianapolis: Hackett Publishing Company, 2000. pp. 38–42. ³⁴

Aristotle, *Posterior analytics*, 87a32-40. Translated by Jonathan Barnes Oxford New York: Clarendon Press ³⁵
Oxford University Press, 1994. p. 41.

Reeve, *Substantial Knowledge*, p. 39. ³⁶

1. ישנם קשיים בפיזיקה שאינם נוכחים במתמטיקה; שהרי המתמטיקה עוסקת בדבר מופשט והפיזיקה בדבר ממשי יותר.³⁷
2. הבלתי-אפשרי במתמטיקה יהיה גם בלתי-אפשרי בפיזיקה, אך טענה זו אינה פשוט חילופית, מאחר שהשיטה המתמטית היא להפשיט, אך הפיזיקלית היא לסכום את כל התכונות המגדירות.³⁸

התרגום השני שונה באופן משמעותי משני התרגומים הראשונים, אך ברור שהתרגום של ריב, המתייחס למונח 'הנחת בסיס', לא נוכח בשאר התרגומים לאנגלית. מעבר לכך, שני הקריטריונים האחרים מתוך **האנליטיקה המאוחרת** הקובעים מהו מדע נחות ונעלה, אותם מזכיר ריב, לא תואמים חלקים אחרים מתוך הקורפוס האריסטוטלי. לפי הקריטריון הראשון, המדע הנחות מפריד בין העובדות לסיבות לעובדות, ומתחיל מהמחקר שלו מתוך העובדות, ואולם, בפיזיקה כותב אריסטו בברור שהפיזיקה עוסקת ב'מדוע' של הדברים הגשמיים:

הרי שיהיה זה גם מעניינו של חוקר הטבע להכיר את שני הטבעיים גם יחד. כמו כן מעניינו של אותו מדע עצמו להכיר ה'לשם מה' או התכלית וגם כל מה שהוא לשם אלה.³⁹

כלומר, הקריטריון הראשון שמתייחס אליו ריב לא תואם לאמירותיו של אריסטו בפיזיקה ב'; כאן אריסטו כותב שהמדע הפיזיקלי עוסק בסיבות לתופעות, והקריטריון הראשון דורש שהמדע הנחות ידבר על התופעות ולא על הסיבות שלהן. בנוגע לקריטריון השני שמציג אריסטו, גם הוא לא מתאים להתייחסותו לפיזיקה ולמתמטיקה. לפי קריטריון זה, המדע המשני עוסק בנושא הכפוף למדע הראשוני. לפי ההגדרה של המתמטיקה כמחקר של דברים גשמיים תוך הפשטה שלהם מתכונותיהם הפיזיקליות, הקריטריון הזה דווקא עלול להציב את המתמטיקה כנחותה ביחס לפיזיקה, שהרי הדברים המתמטיים מתמטיקה בסופו של דבר תלויים בעולם הפיזיקלי, ולא ה. מכל אלה ברור שהזיהוי של ריב שגוי; היחס בין המתמטיקה לפיזיקה לא תואם את התבנית של המדע הנחות מול הנעלה, והתרגום שלו דורש סימוכין נוספים ודיון נרחב יותר. מנגד, ניתן לקבל את טענתה של פקה, שמתייחסת לאמירה ישירה של אריסטו על היחס בין הפיזיקה למדע הנעלה. מסקנה נוספת מן הפסקה הזו קשורה למיקום של המחקר המתמטי היישומי בתוך היררכיית המדעים של אריסטו.

1.2 האופטיקה של אוקלידס

אוקלידס, שפעל בדור שאחר אריסטו, היה מתמטיקאי שפעל באלכסנדריה במאה השלישית לפנה"ס ועסק הן בגיאומטריה והן באופטיקה.⁴⁰ החיבור המפורסם ביותר של אוקלידס ואחד החשובים במתמטיקה לדורותיה, הוא **יסודות**.⁴¹ כפי שעולה משמו, **יסודות** הוא חיבור שאחת השאיפות שלו היא לאסוף את יסודות המתמטיקה היוונית ולמסגר אותם. בניגוד לשאר החיבורים המתמטיים בני תקופתו, **יסודות** של

³⁷ J. L. Stocks, translator. *De Caelo* 299a15-17, by Aristotle. *The Complete Works of Aristotle*. Translated by,

Edited by Jonathan Barnes. Princeton: Princeton University Press, 1984. p. 1075.

³⁸ W. K. C, Guthrie. translator. *On the Heavens* by Aristotle. Cambridge: Harvard University Press, 1939. p. 26.

³⁹ אריסטו, **פיזיקה א – ב'**, עמ' 41.

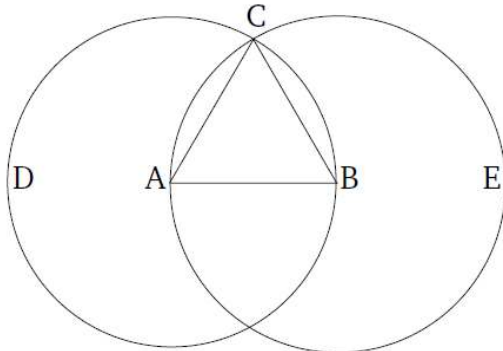
⁴⁰ שבתאי, אונגורו. **מבוא לתולדות המתמטיקה חלק א'**. תל אביב: הוצאת משרד הביטחון, 1996. עמ' 78.

⁴¹ Euclid, *Elements*. Translated by T. L. Heath. 2nd ed. New York: Dover Publication, 2000.

אוקלידס הוא חיבור שיטתי וחמור סבר, שבנוי בצורה דדוקטיבית מיוחדת. מעבר ליסודות, חיבר אוקלידס את **האופטיקה**, חיבור שעוסק בתופעת הראייה בצורה מתמטית, ושמדגים בצורה טובה את תיאוריית המתמטיקה היישומית של אריסטו, יחד עם המגבלות שהוא מצביע עליהן. בפרט, האופטיקה של אוקלידס מראה את האופן שבו המתמטיקאי היישומי, שעוסק בדברים מתמטיים כאילו היו פיזיקליים, מצד אחד משתמש בהוכחות מתמטיות כדי להגיע למסקנות שלו, ומצד שני משתמש באקסיומות פיזיקליות כדי להפוך את הטענות שלו לטענות ישימות פיזיקליות.⁴²

את העולם המתמטי ה"טהור" שלו אוקלידס בונה בכמה שלבים, שיחדיו נקראים "המבנה הפוסטולארי-דדוקטיבי" של אוקלידס.⁴³ בבסיס של המבנה הזה נמצאות עשרים ושלוש הגדרות שמלמדות את הקורא מהם הדברים המתמטיים שאוקלידס עוסק בהם. אוקלידס מתחיל בהגדרות של מושגים כמו נקודה וקו, לאחר מכן הוא מלמד את הקורא מהו מישור, מהו קו ישר, וממשיך להגדרה של המעגל ושל שאר האובייקטים המתמטיים.⁴⁴ אוקלידס לא אריסטוטלי לחלוטין; את העולם המתמטי שלו הוא לא בונה כהפשטה של העולם הפיזיקלי, אלא בהליך בנייה מופרד. ההגדרה של הנקודה לא קשורה כהוא זה לעולם הפיזיקלי. **השלב** הבא אחר ההגדרות הבסיסיות האלה מורכב מחמש הנחות יסודיות הנקראות "פוסטולטים" (Postulates). הפוסטולטים מתבססים על ההגדרות הבסיסיות והם מאפשרים לקורא להבין קצת יותר על הטבע של האובייקטים המתמטיים ועל התכונות שנובעות מההגדרות שלהם. ההגדרה שאומרת כי קצותיו של קו הן נקודות, לדוגמה, מאפשרת להניח שבין כל שתי נקודות ניתן להעביר קו ישר.⁴⁵ בעזרת ההגדרות והפוסטולטים אוקלידס בעצם מלמד את הקורא מהם האובייקטים המתמטיים וכיצד ניתן ליצור אותם. אחרי הפוסטולטים אוקלידס מוסיף שכבה של אקסיומות שהן למעשה מעין מושגים מקובלים או אמיתות שמתקיימות בעולם המתמטי שלו (לדוגמה, שהשלם גדול מחלקו), ושמאפשרות לקורא להתחיל לטעון טענות על הגופים המתמטיים הללו.⁴⁶

כדי לבחון את הצורה הכללית שבה אוקלידס טוען את טענותיו, ניתן לבחון את המשפט הראשון ש **ביסודות**.⁴⁷ כאן, אוקלידס מנסה להוכיח שניתן לבנות משולש ישר צלעות על קו סופי נתון. כדי לעשות זאת, הוא מבצע בנייה מתמטית שמסתמכת על ההגדרות והפוסטולטים שהוא הציג בתחילת החיבור. ראשית, אוקלידס מציג כנתון את הקו הסופי AB. לאחר מכן, הוא בונה שני מעגלים: האחד נקרא מעגל BCD בעל המרכז A והרדיוס AB, והשני נקרא מעגל ACE בעל מרכז B והרדיוס BA (איור 1). את הבנייה הזו אוקלידס מבסס על הפוסטולט השלישי בו נאמר כי



איור 1: בניית משולש שווה צלעות

⁴² לא ברור אם אוקלידס הושפע מאריסטו באופן ישיר, ובגללו הוא עיצב את האופטיקה שלו בצורה שמסכימה עם התיאור של אריסטו בפיזיקה ב', או שאריסטו תיאר תופעה שהייתה נפוצה במסורת האופטית כולה. אף על פי כן, יש כאן אמירה על יישום של האופן שבו אריסטו מדבר על האופטיקה אצל מתמטיקאים.

⁴³ אונגורו, **מבוא לתולדות המתמטיקה חלק א'**, עמ' 78.

⁴⁴ Euclid, *Elements*, p. 153.

⁴⁵ Euclid, *Elements*, p. 153.

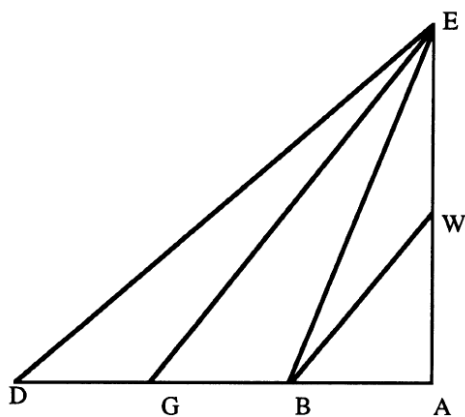
⁴⁶ Euclid, *Elements*, p. 155.

⁴⁷ Euclid, *Elements*, pp. 241-242.

ניתן לבנות מעגל עם כל מרכז מעגל ורדיוס.⁴⁸ לאחר מכן, הוא מעביר מנקודה C את הקווים הישרים CA ו-CB, תוך שהוא מסתמך על הפוסטולט הראשון בו נאמר כי ניתן להעביר קו ישר בין כל שתי נקודות.⁴⁹ לאחר שהוא מסיים לבנות את המבנה הגיאומטרי, אוקלידס מתחיל לטעון טענות ולהוכיח אותן על פי ההגדרות והאקסיומות שלו. מכיוון שהנקודה A היא מרכז המעגל CDB, אז AC שווה ל-AB, זאת על פי ההגדרה החמישה עשר לפיה מעגל הוא אובייקט במרחב המוכל על ידי קו אחד כך שכל הקווים הישרים היוצאים מנקודה אחת הנמצאת בתוך האובייקט המוכל אל הקו המכיל (ההיקף) יהיו שווים.⁵⁰ אוקלידס מוכיח באופן דומה שהקווים BC ו-BA שווים, ומכיוון שעל פי האקסיומה הראשונה דברים ששוים לאותו הדבר שווים אחד לשני, יוצא ש-CA שווה גם ל-AB וגם ל-AB. על פי ההגדרה, נוצר משולש שווה צלעות ABC ומכאן עולה שניתן לבנות משולש שווה צלעות על קו סופי נתון – מה שאוקלידס רצה להוכיח.⁵¹

את המשפטים באופטיקה אוקלידס מוכיח באמצעות שני כלים מרכזיים. ראשית, הוא מסתמך על מספר הגדרות אופטיות-מתמטיות המוזכרות בתחילת החיבור. ביניהן ניתן למצוא הגדרה של תופעת הראייה (מפגש של קרניים היוצאות מן העין עם אובייקט), של מרחב הראייה כחרוט, ומספר הגדרות נוספות. המשותף לכל ההגדרות האופטיות הללו הם המונחים המתמטיים השלובים בהן, כגון קווים ישרים, זוויות או גדלים. השילוב הזה מאפשר לאוקלידס לקשר בין העולם המתמטי לפיזיקלי, קישור שמתאים בצורה מדויקת לדיון האריסטוטלי על המתמטיקה היישומית בפיזיקה ב'. המתמטיקאי היישומי עוסק בתופעות פיזיקליות (ראייה, במקרה הנוכחי), ומתייחס אליהן כמתמטיות. כך יכול העוסק באופטיקה להשתמש בהוכחות גיאומטריות כדי לטעון את הטענות שלו, וזה בדיוק מה שעושה אוקלידס בהוכחות שלו באופטיקה. למעשה, אוקלידס שומר על קשר מתמיד בין המשפטים שהוכיח באלמנטים לבין המשפטים שהוא מוכיח באופטיקה. הדרך שבה אוקלידס מקשר בין העולם המתמטי לעולם הפיזיקלי היא באמצעות אותן הגדרות אופטיות בסיסיות, שהמשותף להן הם המונחים המתמטיים השלובים בהן, בין אם אלו קווים ישרים, זוויות או גדלים. הראייה לדוגמה, מתוארת בתור מפגש של קווים ישרים עם אובייקטים, ומרחב הראייה מתואר בתור חרוט. זוהי בדיוק ההפשטה המתמטית שאריסטו מדבר עליה; המתמטיקאי

היישומי מתייחס לאובייקטים מתמטיים כאילו היו פיזיקליים.



איור 2: הוכחה אופטית-גיאומטרית

בהוכחה מספר 4 באופטיקה, לדוגמה, מתבטא הקשר בין המתמטיקה לאופטיקה. כאן אוקלידס מנסה להוכיח שכאשר אובייקטים בעלי גדלים שווים נמצאים על קו ישר, הרחוק ביותר נראה הקטן ביותר.⁵² כדי להוכיח זאת, אוקלידס בונה מבנה גיאומטרי שמייצג את התופעה. הקווים AB, GB, DG הם קווים שמייצגים גופים בגדלים שווים הנמצאים על הקו ישר AD, הנקודה E מייצגת את העין של הצופה, וממנה יוצאת קרן EA

Euclid, *Elements*, p. 154.⁴⁸

Euclid, *Elements*, p. 154.⁴⁹

Euclid, *Elements*, p. 153.⁵⁰

Euclid, *Elements*, p. 154.⁵¹

Euclid, *Optics*. Translated by Elaheh Kheirandish. New York: Springer, 1999. p. 10.⁵²

המאונכת לקו AD (איור 2). הטענה של אוקלידס היא שהאובייקט המיוצג על ידי הקו AB נראה גדול מזה שמיוצג על ידי הקו BG, ושהאובייקט המיוצג על ידי הקו BG נראה גדול מזה שמיוצג על ידי הקו GD. כדי להוכיח זאת הוא מעביר את הקווים EA, EB, EG, ED, המייצגים קרני ראייה היוצאות מנקודה E, ואת הקו BW כמקביל לקו EG. לאחר שלב הבנייה המתבסס על המבנה הדדוקטיבי של האלמנטים, אוקלידס מתחיל לטעון טענות המתבססות על המשפטים שהוכחו כבר באלמנטים. ראשית, הוא טוען כי היחס בין AB ל-GB שווה ליחס בין AW ל-WE, ומכיוון ש-AB ו-GB שווים נובע כי AW ו-WE שווים. לאחר מכן הוא טוען כי BW גדול מ-WE, ולכן הזווית WEB גדולה מזווית WBE. אך מכיוון שהזווית WBE שווה לזווית BEG יוצא שהזווית WEB גדולה מזווית BEG, כלומר הזווית שדרכה נראה האובייקט שמיוצג על ידי הקו AB גדולה מזו שדרכה נראה האובייקט המיוצג על ידי הקו BG. על פי ההגדרה הרביעית באופטיקה מה שנראה דרך זווית גדולה יותר נראה גדול יותר, ולכן האובייקט AB נראה כגדול מאובייקט BG, שזה מה שאוקלידס רצה להדגים.⁵³

ההוכחה הזו, אם כן, מדגימה את שתי התכונות שאריסטו מייחס למחקר המתמטי היישומי שהוזכרו קודם לכן. ההסתכלות הצרה של אוקלידס אל תוך התכונות המתמטיות בלבד של תופעת הראייה, כלומר, גודל, מרחק וצורה, מתקשר באופן ישיר לצורה שבה אריסטו מתייחס למדע האופטי. המהלך שאוקלידס עושה כולל, מצד אחד, שימוש בהוכחות המתמטיות כבסיס לטענות שלו, ומצד שני, הסתמכות על אקסיומות שמגיעות מהידע הפיזיקלי בנוגע לתופעת הראייה. המהלך הזה, כאמור, מוגבל בעיני אריסטו, וכך גם המתמטיקה היישומית כולה.

1.3 המתמטיקה ככלי חינוכי

נוסף על אריסטו, ישנם מספר הוגים נוספים שעיצבו את דעת העולם ההלניסטי על המחקר המתמטי בתקופה הקלאסית. הראשון ביניהם הוא אפלטון (427–347 לפנה"ס) שאין צורך להוסיף על השפעתו על המחשבה היוונית. השני הוא איסוקרטס (437–338 לפנה"ס), רטוריקן מפורסם שניהל את בית הספר הגדול באתונה בתקופתו של אפלטון.⁵⁴ לבסוף ישנו קסנופון (428 – 354 לפנה"ס), היסטוריון ופילוסוף הנמנה בין תלמידיו של סוקרטס ושכתביו השפיעו על דורות רבים. שלושה הוגים משפיעים אלו הביעו גישה המתייחסת למתמטיקה ככלי להשגת דברים מסוימים, ולא כמטרה בפני עצמה. בעצם, כל אחד מהם בדרכו ראה במתמטיקה ככלי חינוכי שנועד להפנות את האדם לעיסוק טוב יותר. גישות אלה חשובות, שהרי הן מאפשרות הבנה טובה יותר בנוגע לגישות השונות למחקר המתמטי באתונה הקלאסית וביוון כולה.

אפלטון טען שהעולם הגשמי הוא צללית של מציאות מושכלת. המציאות המושכלת כוללת בתוכה את מהויות כל הדברים שנמצאים במציאות הגשמית, מהויות הנקראות 'אידיאות'. לפי משל המערה של אפלטון, שממחיש את הקשר בין המציאות המושכלת למציאות הגשמית, משולים בני האדם לאסירים הכבולים במערה מגיל צעיר, שהקשר היחיד ביניהם לבין העולם החיצוני הוא הצללים על קיר המערה

⁵³ Euclid, *Optics*, p. 11.

⁵⁴ לדיון בהשפעתו ובגודלו של בית הספר של איסוקרטס ראו:

Power, Edward J. "Class Size and Pedagogy in Isocrates' School". *History of Education Quarterly*, Vol. 6 No. 4, 1996, pp. 22-32.

וההדים שחוזרים מקירותיה.⁵⁵ תפיסת המציאות של אותם האסירים מושתתת כולה על אותם צללים וצלילים, והם לא מודעים לקיומה המציאות החיצונית למערה. בשלב מסוים אחד מן האסירים משתחרר מכבליו, ובסופו של דבר מצליח לצאת מן המערה. בתחילה אותו אסיר לא רואה דבר, אך לאחר זמן מה הוא מתרגל לאור השמש, ומתוודע לקיומו של העולם מחוץ למערה. הוא חוזר למערה ומנסה לספר לחבריו על מה שראה, אך הללו לא מאמינים לו ולועגים לו. את אותם אסירים ממשיך אפלטון לבני האדם, החיים את כל חייהם כשהם רואים את המציאות הגשמית בלבד. אך המציאות הזו, טוען אפלטון, היא רק צל של המציאות המושכלת, שממנה נובעת המציאות הגשמית. המתמטיקה מהווה שלב מרכזי בדרך להבנה של המציאות המושכלת הזו. הפסקה הבאה מן **המדינה** של אפלטון, בה מספר אריסטו לגלאוקון אחי-אפלטון על המדינה האידיאלית, מדגימה את האופן בו המתמטיקה מחנכת להבנת המציאות המושכלת.

"והנה כל המנוסה בהנדסה אך במעט", אמרתי אני, "לא יחלוק עלינו כשנטען, שטיבו של אותו המדע הריהו ההפך הגמור ממה שמסתמן מתוך דברי האנשים השולחים בו ידם". "הכיצד?" אמר. "הרי הם סחים בסגנון מגוחך ומצומצם עד מאוד; שכן מדברים הם כאילו יש בידיהם משום מעשה; וכאילו כל דבריהם לא באו אלא לשם פעולה, שגורים בפייהם ביטויים כגון 'לרבע', 'למתוח' (מלבן על גבי קו), 'לצרף' (צורה אל משנה) וכל כיוצא בזה; ואילו לאימתו של הדבר הרי העיסוק במדע זה כולו אינו אלא לשם הכרה". "בלי שום ספק", אמר. "ועוד יש צורך בהסכמה נוספת". "בדבר מה?". "שהמדובר בהכרת מה-שהווה לעולם, ולא – בהכרת מה-שהולך-ומתהווה, והולך וכלה". "אין קושי בהסכמה זו; כי ההנדסה הריהי הערכת מה-שהווה-לעולם". "אם כן, אישי האציל, יהא גם בה כדי למשוך נשמה כלפי האמת וליצור מחשבה פילוסופית, דהיינו – לגרום לנו שנכוון כלפי מעלה, מה שאנחנו מכוונים לפי שעה כלפי מטה, שלא כראוי". "אמנם כך היא פועלת", אמר, "ככל אשר ניתן". "ככל אשר ניתן, אפוא", אמרתי אני, "חייבים אנו לצוות, שבממלכת צבי שלך לא ימשכו האנשים ידם מההנדסה. שכן אף פעולות הלואי שלה אינן של מה בכך".⁵⁶

העוסק בהנדסה (היינו, גיאומטריה), לפי אפלטון, אינו חוקר דברים גשמיים. הוא אמנם משתמש באי-אילו שרטוטים, אך רעיונותיו לא תלויים במציאות הגשמית.⁵⁷ לכן, המתמטיקה שונה משאר העיסוקים של בני האדם. מטרתה המרכזית איננה מעשית; היא לא נועדה, בסופו של דבר, לעזור לאדם לנווט או לבנות דבר מה. אלה אמנם תופעות לוואי שלה, אך מטרתה של המתמטיקה משמעותית יותר עבור אפלטון. המתמטיקה מפנה את האדם מעיסוקיו המעשיים, הכבולים למציאות הגשמית, להבנה נצחית יותר. היא מראה לו את הדרך להבנה שלא תלויה בחומר, ובכך מובילה אותו להבנה של המציאות המושכלת. חשוב להדגיש, על אף השבחים שמרעיף אפלטון על המתמטיקה, כי היא מהווה עבורו כלי בדרך למחקר הפילוסופי, ולא מטרה כשלעצמה. תוצריה של המתמטיקה, בסופו של דבר, לא מעניינים את אפלטון. מה שמעניין את אפלטון היא הדרך שבה המתמטיקה מחנכת את האדם לחשיבה על דברים נצחיים, שלא תלויים בחומר. זוהי הסיבה שבגללה הוא קורא לאזרחי המדינה האידיאלית שלו לעסוק בגיאומטריה.

⁵⁵ אפלטון, "פוליטיאה", כל כתבי אפלטון כרך ב'. תרגם יהודה ליבס. ירושלים: שוקן, 1999. עמ' 421-424.

⁵⁶ אפלטון, פוליטיאה, עמ' 438-439.

⁵⁷ גישתו של אריסטו, לפיה המתמטיקה נובעת מן המציאות הגשמית, מתעמתת באופן ישיר עם גישתו של אפלטון מורו.

גישתו של איסוקרטס דומה לגישתו אפלטון; שניהם טוענים כי המתמטיקה היא כלי חינוכי. ההבדל ביניהם טמון אופן החינוך שהם דורשים. בעוד שאפלטון רואה במתמטיקה כלי שמטרתו לחזק את חיי הרוח של האדם, איסוקרטס רואה במטרה כלי שימושי בחינוך לחיי-מעשה.

אני מאמין שהמורים המיומנים בהתפלמסות ואלו הטרודים באסטרונומיה ובגיאומטריה ובלימודים מהסוג הזה לא פוגעים בתלמידיהם, אלא דווקא מיטיבים עמם, פחות מכמה שהם מתיימרים [לתרום], אך יותר משזוקפים אחרים לזכותם. רוב-רובם של האנשים לא רואים בלימודים הללו דבר מלבד דיבורים ריקים ודקדוקי עניות; שהרי לאף אחד מבין התחומים הללו אין יישום יעיל לא בעניינים פרטיים ולא בציבוריים (...). אולם אינני מחזיק בדעה הזו, ואף אינני רחוק ממנה. אלא נראה לי כי צודקים אלו הגורסים כי תחום זה חסר תועלת עבור החיים המעשיים, וכי יש אמת גם בדבריהם של אלו המהללים אותו. אם ישנה סתירה באמירה הזו, הרי שזה בגלל השוני של התחומים הללו משאר הלימודים שמרכיבים את החינוך שלנו; שהרי שאר התחומים מועילים לנו רק אחר שאנו יודעים אותם, ואולם התחומים [המתמטיים] לא מועילים לנו לאחר שלמדנו אותם אלא אם כן בחרנו להפוך אותם למקור פרנסתנו, והם עוזרים לנו רק בתהליך הלמידה שלהם (...). בכל אופן, אינני חושב שזה מתאים לייחס את המונח "פילוסופיה" לאימון שאינו עוזר לנו בהווה לא לנאומינו ולא למעשינו, אלא לחלופין אקרא לזה התעמלות של המוח והכנה לפילוסופיה (...). לכן, אני מציע לצעירים להשקיע זמן-מה בתחומים הללו, אך לא לתת למוחם להתייבש בדקויות העקרות הללו.⁵⁸

בדומה לאפלטון, התועלת שאיסוקרטס מייחס למתמטיקה איננה בתוצר המחקר אלא בתהליך שלו. להוכחות המתמטיות אין כל חשיבות לחיים המעשיים של התלמידים, אך הם מאפשרים לתלמידים לתרגל דיוק ולהשחזר את חשיבתם. לכן, המתמטיקה אינה פילוסופיה אצל איסוקרטס, שהרי הוא מגדיר את הפילוסופיה כדבר שיש. חשוב לשים לב ליחס הכולל שהוא מזכיר למתמטיקה. הפסקה הזו לא באה במטרה לתקוף את המיעוט שמדבר בזכות המתמטיקה, אלא כדי להגן עליה מאלו שאומרים כי אין לה תועלת כלל. חשוב לשים לב להלך הרוח הכללי שמתאר איסוקרטס בכותבו " רוב האנשים לא רואים בלימודים הללו כלום מלבד דיבורים ריקים ודקדוקי עניות". חשיבות המתמטיקה היא עניין שמוטל בספק משמעותי אצל אנשים רבים, לפי עדות איסוקרטס.

הגישה האחרונה היא גישתו של קסנופון, גם הוא תלמידו של סוקרטס, שמעיד בחיבורו **זכרונות** על גישתו של סוקרטס למתמטיקה. אין זה מעניינו של מחקר זה לעסוק במהימנות של העדות הזו, שהרי מטרת הפרק הזה היא הבנת הקשר רעיוני רחב על הגישה המתמטית ביוון הקלאסית תוך בחינת גישותיהם של אישים בולטים. מרכז העניין של הגישה המתוארת אצל קסנופון היא דווקא התועלת המעשית שבמחקר המתמטי.

בדבר גיאומטריה, למשל, היה אומר, שאדם צריך ללמוד חכמה זו עד כדי יכולת למדוד חלקת-שדה כהלכה אם יזדמן לו לקבל אותה מזולתו, או למסרה לזולתו, או לחלק אותה, או לחשב את יבולה; (...) אך לא גרס את לימוד הגיאומטריה עד כדי התבניות המסובכות ביותר: הן לדבריו לא ראה מה תועלת יש באלה – אף כי הוא עצמו לא היה חסר הבנה בהן – ויש בהן כדי להעסיק אדם כל ימי חייו, ולהרחיק אותו מלימודים אחרים רבים, שיש בהם תועלת. גם באסטרונומיה היה

Isocrates. *On the Peace. Areopagiticus. Against the Sophists. Antidosis. Panathenaicus*. Translated by ⁵⁸ George Norlin. Cambridge: Harvard University Press, 1929. pp. 331.

מייעץ להם להתמחות, אבל גם כאן רק במידה הדרושה לאדם כדי שיוכל לקבע את עונת הלילה והחודש והשנה, לשם נסיעה בים או ביבשה, או לשם חילוף משמרת (...). אבל היה מזהיר בכל תוקף מפני לימוד האסטרונומיה עד כדי הכרת הגופים, שאינם סובבים במעגל אחד, וכוכבי הלכת, והכוכבים הבלתי קבועים, ועד כדי איבוד זמן בחישוב המרחקים שבין אלה לבין הארץ, ואת תקופותיהם וסיבותיהם. גם במחקר זה, לדבריו לא ראה כל תועלת. אמנם אף בנושאים אלה לא היה הדיוט; אבל היה אומר, שגם אלה יש בהם כדי למלא חייו של אדם, ולמנעו מהרבה עניינים מועילים.⁵⁹

בן-תרבות, לפי סוקרטס, צריך לעסוק בגיאומטריה ובאסטרונומיה, אך רק בגבול המעשי שלהם. האסטרונום, הוא אומר, צריך לדעת אסטרונומיה רק עד לרמה שמאפשרת לו לנווט, להבדיל בין עונות השנה וכיוצא באלו. הוא מזהיר מפני התעמקות יתרה במחקר המתמטי, שלטענתו עלול למנוע מהאדם לעסוק בדברים חשובים יותר. גישה זו תורמת להלך הרוח המתואר כאן כבר אצל שלושה הוגים יוונית מהתקופה הקלאסית. כולם רואים תועלת מסוימת במחקר המתמטי, בין אם בתוצריה ובין אם בתהליך הלימוד שלה. חלקם, כדוגמת אריסטו, רואים בה ממש תחום מחקר עצמאי. ואף על פי כן, כל אחד מהם מטיל סייג במחקר המתמטי. אריסטו שם את המחקר המתמטי במקום הנחות ביותר בהיררכיית המדעים שלו, אפלטון מתייחס למחקר המתמטי ככלי תיאולוגי ותו לא, קסנופון מתייחס רק לתועלת המעשית של המחקר המתמטי ואיסוקרטס כלל לא חושב שיש תועלת בתוצר המתמטי אלא רק בתהליך העיסוק במתמטיקה. מכל אלה עולה שהרוח לפי עיסוק מתמטי כשלעצמו אינו מספיק לאדם הייתה דומיננטית ביוון הקלאסית.

⁵⁹ קסנופון, **זכרונות**. תרגום מיוונית אריה סימון. ירושלים: מאגנס, 1960. עמ' 168.

פרק שני – אפולוגיה של מתמטיקאי

2.1 ההקדמה לחיבור המתמטי – הגדרות

באופן מפתיע, רוב העניין המחקרי אודות הרעיונות הפילוסופיים של תלמי סובב סביב ההקדמה לחיבור המתמטי, ולא סביב התוכן של החיבור עצמו. זאת מכיוון שהחיבור המתמטי מלא בהוכחות גיאומטריות סדורות ועונה בשלילה לבקשותיו של ההיסטוריון המבקש לעמוד על תפיסותיו של המחבר. ההקדמה מצליחה לעניין את ההיסטוריון כי מטרתה היא לספק מענה לשאלה שתלמי לא יכול היה לענות עליה באמצעים גיאומטריים—מדוע צריך בכלל לעסוק באסטרונומיה?

לדעתי יפה עשו הפילוסופים האמיתיים, ידידי סיירוס, בהבחנתם בין החלק העיוני לחלק המעשי של הפילוסופיה.⁶⁰ אמת, קודם לכן המעשי והעיוני נחשבו כדבר אחד, ובכל זאת אנו מוצאים הבדל גדול בין השניים: לא זו בלבד שאפשר להם לבני אדם להחזיק במידות טובות אפילו לא למדו, ואילו בלא תלמוד אי-אפשר להגיע לידי הבנה של מערכי העולם. בנוסף לכך, הדרך הכי יעילה להתקדם בפילוסופיה המעשית היא באמצעות תרגול מתמשך של מעשים, בעוד שבפילוסופיה העיונית הדרך להתקדמות היא בפיתוח התיאוריה. לפיכך חשבנו, שראוי לנו לרוך את מעשינו לפי עקרונות שבהשראה, כדי שלא נשכח, גם בדברים של מה בכך, לשאוף למזג אצילי ומאוזן; ואשר לתלמוד הדברים, הרי ראוי לנו להקדיש עצמנו להוראת המדעים העיוניים, במטרה ללמד תיאוריות רבות ויפהפיות, ביחוד אלה אשר נוסף להן התואר "מתמטיות".⁶¹

מענהו של תלמי להטלת האסטרונומיה בסימן שאלה מתחיל בבניית מערכת פילוסופית. תלמי מחלק את הפילוסופיה לשני חלקים, כאשר חלקה הראשון מורכב מתחומי ידע הנכנסים תחת הכותרת "פילוסופיה מעשית" והשני מורכב מאלה הנכנסים תחת הכותרת "פילוסופיה עיונית". את ההבחנה הזו, אותה תלמי מייחס ל"פילוסופים האמיתיים", הוא מסביר באמצעות המחשה של שני הבדלים מרכזיים בין התחומים הללו. ההבדל הראשון נוגע לשיטת הלימוד של כל תחום; את הפילוסופיה המעשית אפשר ללמוד גם ללא הדרכה חיצונית, תוך התנסות בחיי היום יום. לעומתה, את הפילוסופיה העיונית אי אפשר להבין ללא הדרכה כלשהי. עבור תלמי, אדם יכול להיות נדיב בלי שחינכו אותו לנדיבות, אך בלתי אפשרי להבין את המודל הגיאומטרי של תנועת השמש בלי הדרכה. נוסף על כך, שיטת ההתקדמות בהבנה של הפילוסופיות הללו שונה במהותן. כדי להתקדם במעשים צריך לבצע אותם, בעוד שכדי להתקדם בתיאוריה צריך לפתח אותה. חלוקה זו אינה ייחודית לתלמי, אלא דומה לחלוקת הידע העיוני של אריסטו, אך חשוב לא לייחס אותה לאריסטו מיד, אלא לשים לב למספר הבדלים בין החלוקה האריסטוטלית לבין החלוקה של תלמי; ראשית, תלמי לא מציין בחלוקה שהוא מציג את הפילוסופיה השלישית, הפילוסופיה הפרודוקטיבית, אותה אריסטו מציין בחלוקתו שלו.⁶² נוסף על כך, כפי שהעלתה ליבה טאוב, תפיסת הפילוסופיה המעשית של תלמי שונה מזו של אריסטו. לטענתה, בעוד שתלמי אומר כי הבנת הפילוסופיה המעשית לא דורשת חינוך, אריסטו דווקא מציג את הלימוד העיוני של הפוליטיקה, שהיא סוג של פילוסופיה מעשית, בתור

⁶⁰ סיירוס היה ככל הנראה תלמידו של תלמי מהמעמד הגבוה של אלכסנדריה באותה התקופה. ראו:

Cristian, Tolsa. *Claudius Ptolemy and Self-Promotion: A Study on Ptolemy's Intellectual Milieu in Roman Alexandria*. 2013. University of Barcelona, PhD dissertation.

⁶¹ פטולימאוס, החיבור המתמטי, עמ' 120.

⁶² Aristotle, *Metaphysics* VI 1025b24-5, p. 98.

דבר הכרחי.⁶³ הבדלים נוספים בין ההגדרות האריסטוטליות לתלמאיות מתגלים בהמשך הקריאה של ההקדמה לחיבור המתמטי :

אריסטו מחלק את הפילוסופיה העיונית גם כן, באופן מדויק ביותר, לשלוש סוגות עיקריות: פיזיקה, מתמטיקה ותיאולוגיה. זאת מכיוון שכל הקיים מורכב מחומר, אידיאה ותנועה, ולא ניתן לצפות בבסיס של אף אחד מבין [שלושת] אלה לבדו, ללא שאר המרכיבים. בנוגע לסיבה הראשונית של השינוי הראשוני ביקום, באופן מופשט, ניתן לחשוב עליה בתור אלוהות בלתי נראית ולא משתנה. התחום [של הפילוסופיה העיונית] שעוסק במחקר של העניין הזה [יכול להיקרא] 'תיאולוגיה', מכיוון שפעילות כזו, [שמותרחת] בגבולות הגבוהים ביותר של היקום, ניתן רק לדמיין, והיא מופרדת לחלוטין מהמציאות החושית. התחום [של הפילוסופיה העיונית] שעוסק בחקר החומר והטבע המשתנה תמיד, ושמעסיק את עצמו ב'לבן', 'חס', 'מתוק', 'רד' ותכונות דומות יכול להיקרא 'פיזיקה'. גופים ממעמד כזה ניתן למקם (בדרך כלל) יחד עם הגופים הניתנים להשחתה ומתחת לספירה הירחית. לתחום [של הפילוסופיה העיונית] שקובע את הטבע הנוגע לצורה ולתנועה ממקום למקום, ואשר משמש לחקר של צורה, מספר, גודל ומקום, זמן, וכדומה, ניתן לקרוא 'מתמטיקה'. מושא המחקר שלה כאילו נמצא באמצע בין השניים האחרים, ראשית, מכיוון שהוא יכול להתפס עם ובלי סיוע החושים ושנית, מכיוון שהוא לוואי של כל הדברים הקיימים ללא יוצא מן הכלל, בין אם הוא בן-מוות ובין אם בן-אלמוות: עבור הדברים שמשנתנים באופן תמידי בצורתם הבלתי נפרדת, המתמטיקה משתנה עמם, בעוד שעבור הדברים הנצחיים בעלי הטבע האתרי, היא משמרת את חוסר השינוי שלהם.⁶⁴

תלמי מוסיף פיתוח נוסף למערכת הפילוסופית שהוא מתאר ומחלק את החלק העיוני שלה לשלושה תחומים, כאשר התחום הראשון הוא פיזיקה, השני הוא תיאולוגיה, והשלישי הוא מתמטיקה. לפי תלמי, הפיזיקה היא התחום שחוקר את החומרים המשתנים ואת התכונות שמאפיינות את אותם גופים פיזיקליים. התחום השני של הפילוסופיה העיונית היא התיאולוגיה, אותה תלמי מתאר בתור התחום שחוקר את הסיבה הראשונית לקיום. ברור שתלמי מתייחס כאן למניע הבלתי מונע של אריסטו, שנידון בפרק הקודם. מעבר לכך, בתיאור של המחקר המתמטי תלמי מציג רשימה ברורה של מושאי המחקר המתמטי. הוא מוסיף וכותב שלמתמטיקה ישנן תכונות מיוחדות ביחס לשאר המדעים העיוניים. ראשית, ניתן לתפוס את מושא המחקר של המתמטי בעזרת החושים או בלעדיהם. המתמטיקאי יכול לשרטט את המשולש ולהיעזר בראייה כדי לטעון עליו טענות, או לחלופין הוא יכול לדמיין את המשולש בלי שרטוט. נוסף על כך, תלמי קובע שהתכונות המתמטיות שהוא הזכיר קיימות בכל הדברים הקיימים, בין אם הם חומרים משנתנים שיכולים להתכלות ובין אם הם גרמי השמיים הנצחיים ואפילו את הישות האלוהית. כתוצאה מכך, תלמי מסיק שהמחקר המתמטי נמצא בין הפיזיקה לתיאולוגיה, בין הארץ המתכלה לשמיים הנצחיים.

את התייחסותו של תלמי למדעים העיוניים יש להשוות לחלוקה של אריסטו, ממנה היא נגזרת :

מהשיקולים הללו, מובן שמדע הטבע הוא מדע עיוני. גם המתמטיקה היא מדע עיוני, אך לא ברור, בשלב הזה, האם הגופים המתמטיים לא משתנים ומתקיימים באופן עצמאי. למרות זאת, ברור שענפים מסוימים במתמטיקה מקבלים תפיסה עיונית של מושאי המחקר שלהם כמו היו חסרי

⁶³ Taub, *Ptolemy's Universe*, p.21.

⁶⁴ פטולימאיוס, *החיבור המתמטי*, עמ' 120.

שינוי וכמו היו מתקיימים באופן עצמאי. אולם אם קיים משהו נצחי, לא משתנה ובעל קיום עצמאי, אזי ברור שידע הנוגע לדבר הזה ישתיך למדע עיוני כלשהו – לא למדע הטבע (מכיוון שמדע הטבע עוסק בדברים משתנים) ולא למתמטיקה, אלא למשהו קודם לשניהם. זאת מכיוון שמדע הטבע עוסק בדברים שאינם קיימים באופן עצמאי ושמשתנים, בעוד שענפים מסוימים במתמטיקה עוסקים בדברים שאינם משתנים ושאין קיימים באופן עצמאי אלא עשויים מחומר. המדע הראשוני, בניגוד לכך, עוסק בדברים שמתקיימים באופן עצמאי ולא משתנים.⁶⁵

כפי שנאמר בפרק הראשון, אריסטו מבחין בין המדעים העיוניים תוך הבחנה בין שתי תכונות של מושאי המחקר שלהם. ראשית, אריסטו מתייחס לאופן שבו מתקיים מושא המחקר ושואל על התלות של מושא המחקר בגופים אחרים. שנית, אריסטו מתייחס ליכולת של מושא המחקר להשתנות. ניתן להבחין גם, שאריסטו עצמו מודע לכך שההגדרה שהוא מציע עבור המתמטיקה היא הגדרה לא ברורה. אריסטו נותן שתי הגדרות נוספות למתמטיקה **במטפיזיקה ובפיזיקה**, ונראה שהוא נוהג בזירות בכל הנוגע להגדרה של המתמטיקה.⁶⁶ במבט שני על ההגדרות של תלמי, נראה שכמו אריסטו, גם הוא מסביר את הסיווג של תחומי הפילוסופיה העיונית תוך יישום של שני מדדים על מושאי המחקר של התחומים הללו. המדד הראשון נוגע ליכולת של מושא המחקר לעבור שינוי, והמדד השני נוגע ליכולת של בני האדם לחוש את מושא המחקר. נוסף על כך, תלמי מוסיף מיקום קוסמולוגי עבור מושאי המחקר של המדעים העיוניים. ברור לו שמושא המחקר הפיזיקלי קרוב לכדור הארץ ולחוויה האנושית, בעוד שהסיבה הראשונית נמצאת בקצותיו של הרקיע, כלומר במקום הכי רחוק מבחינת בני האדם. לבסוף, בהשוואה לאריסטו, תלמי לא מציג חוסר בהירות בכל הנוגע למתמטיקה. נהפוך הוא: תלמי, מציין בדיוק מהם תחומי העיסוק של המתמטיקה, באילו שיטות ניתן לעסוק בה, ומהו מיקומה בעולם. פקה וטאוב כבר שמו לב לשוני בין ההגדרה של תלמי למתמטיקה לבין זו של אריסטו.⁶⁷ מה שמעניין בהגדרה המתמטית של תלמי היא שלפי חוקר נוסף, ניתן למצוא הגדרה שמציבה את המתמטיקה בין הפיזיקה לתיאולוגיה גם אצל ניקומאכוס מגרסה, מתמטיקאי קודם לתלמי.⁶⁸ כלומר, תלמי לא משתמש רק באילנותיהם הגבוהים של אריסטו ושל אפלטון, אלא גם מתייחס להגדרות של מתמטיקאים שעוסקים במתמטיקה.

בעוד שחלוקת המדעים העיוניים על פי תלמי זהה לחלוקה האריסטוטלית, ההגדרות שלהם שונות באופן מהותי. תלמי מתבסס על איזשהו מבנה פילוסופי קודם, המבנה של אריסטו, ומשנה אותו. השינויים האלה הן מדגישים את הצורך לחקור את הפילוסופיה של תלמי כפילוסופיה עצמאית עם רעיונות חדשים, ולא כנגזרת של המשנה האריסטוטלית. מעבר לכך, השוני בין ההגדרות של תלמי לאלו של אריסטו מאפשרות לו לטעון טענות בנוגע לוודאות של כל אחד מן התחומים האלה, טענות שמעצבות גישה חדשנית למתמטיקה, הגישה התלמאית.

⁶⁵ Aristotle, *Metaphysics*, 1026a5-15, p. 99.

⁶⁶ Aristotle, *Metaphysics*, 1064b31-2, p. 187. ; אריסטו, **פיזיקה א – ב'**, עמ' 47.

⁶⁷ Feke, *Ptolemy's Philosophy*, p. 17; Taub, *Ptolemy's Universe*, pp. 23-4.

⁶⁸ Tolsa, *Claudius Ptolemaeus and Self Promotion*, p. 291.

2.2 ההקדמה לחיבור המתמטי – מעמד המחקר המתמטי

ומכאן יוצא שאפשר לומר על שני הענפים האחרים של הפילוסופיה העיונית, שיותר משיש בהם ודאות מדעית יש בהם משום השערה, שהרי התיאולוגיה דנה במה שסמוי מן העין ולא ניתן לבדיקה; ואילו הפיזיקה דנה בחומר שהוא רופף וסתום, ולפיכך אין כל תקווה שבדברים הללו יגיעו הפילוסופים לכלל דעה אחת. המתמטיקה בלבד נותנת בידי העוסקים בה דעת נכונה ובטוחה אם ניגש אליה בעין בוחנת, הואיל והוכחותיה באות בדרכים שאין חולק עליהן, בדרך האריתמטיקה והגיאומטריה. מטעם זה בחרתי ליתן את דעתי בעיקר על המדע הזה, ויותר מכל על תלמוד הדברים הנאדרים שבשמים, שהוא לבדו עוסק בהסתכלות בדברים הנצחיים ושווים תמיד, ועל כן הוא לבדו נצחי ואינו משתנה מבחינת הבנתם הברורה והמסודרת של העניינים שהוא דן בהם, כפי הראוי להכרה אמיתית. ויתר על כן: המתמטיקה עשויה לסייע לשני המדעים האחרים, ובזה היא עלולה לפעול לא פחות מהם עצמם. שהרי מדע זה במיוחד סולל דרך לפני התיאולוגיה, והוא לבדו יודע להסיק מסקנות נכונות לגבי הכוח המובדל ושאינו נע, וכל זה מתוך סמיכותו למסלוליהן וסדריהן של תנועות הגופים הניתנים לתחושתנו, הם נעים ומונעים ואף נצחיים ולא-משתנים. ותרומתה של המתמטיקה לפיזיקה גם כן לא באקראי היא, שהרי תכונותיו הכלליות של החומר נגלות מתוך צורתה המיוחדת של התנועה ממקום למקום. כגון הכלה על פי התנועה בקו ישר, ושאינו כלה על-פי התנועה במעגל, הכבד והנפעל על-פי התנועה לקראת המרכז, והקל והפעיל על-פי התנועה מן המרכז והלאה.⁶⁹

הדיון בפסקה השנייה של ההקדמה לחיבור המתמטי מהווה טיעון ההגנה של תלמי לעיסוק באסטרונומיה, טיעון הבנוי משני שלבים. ראשית, תלמי טוען שהמתמטיקה היא הפילוסופיה העיונית הנעלה. שנית, הוא מסביר מדוע האסטרונומיה היא התחום המתמטי המועדף והשימושי ביותר. הנימוק הראשון הנוגע למעלתה של המתמטיקה מתייחס לאפשרות לוודאות של כל אחד מתחומי הפילוסופיה העיונית. תלמי למעשה קובע שהמתמטיקה היא היחידה מבין תחומי הפילוסופיה העיונית שיכולה להוביל לידע אמיתי. הפיזיקאי לא מסוגל להגיע לידע אמיתי בגלל הטבע הלא ברור של עולם החומר המשתנה אותו הוא חוקר. התיאולוג בתורו לא מסוגל להפיק ידע בגלל חוסר היכולת של בני האדם לתפוס בחושיהם את האלוהות. פקה הבחינה שכבר בקביעה הזו תלמי סוטה מהמסלול האריסטוטלי בצורה דרסטית; אצל אריסטו, שלושת המדעים העיוניים מוגדרים בתור סוגים שונים של ידע, לכן הטלת ספק ביכולתם להגיע לידע חסרת היגיון מלכתחילה.⁷⁰ פקה מוסיפה שלמרות זאת, לחוסר הדיוק של המחקר הפיזיקלי ניתן למצוא רמזים בקורפוס האריסטוטלי, כמו כן בקורפוס האפלטוני, כך שלא כאן השינוי המרכזי שתלמי מציג.⁷¹ הסטייה המרכזית של תלמי מהמסורות הללו באה לידי ביטוי דווקא בטענה השנייה, שהמחקר התיאולוגי לא מסוגל להפיק ידע, ודווקא המחקר המתמטי כן. תלמי מסביר שבניגוד לשאר המחקרים, תוצר המחקר המתמטי הוא ידע ולא השערה. הוודאות הזו נובעת מהשימוש בשיטות שבהן משתמש המתמטיקאי כדי להוכיח את טענותיו. השיטות האלה, אריתמטיקה וגיאומטריה, הן שיטות שלא ניתן להפריכן לטענתו של תלמי. בעוד שהשיטות התיאולוגיות משתמשות בדמיון ובמשלים, השיטות המתמטיות סדורות, ברורות, וחד משמעיות. המחקר התיאולוגי לא מתאפיין בחד משמעיות כזו, כותב תלמי, ועל כן הוא מסיק

⁶⁹ תלמי, *החיבור המתמטי*, עמ' 120-121.

⁷⁰ Feke, *Ptolemy's Philosophy*, p. 26.

⁷¹ Ibid., 27-28.

שהמחקר המתמטי לבדו מסוגל להפיק ידע. תלמי מוסיף חיזוק נוסף למעמד של המחקר המתמטי, הנוגע לשימושיות של המחקר המתמטי בפיזיקה. לפי תלמי, ניתן להסיק את התכונות של החומר מאופן התנועה שלו ממקום למקום, ותנועה ממקום למקום היא חלק ממושאי המחקר המתמטי. לכן באמצעות המחקר המתמטי של תנועה ממקום למקום ניתן להגיע למסקנות בנוגע לטבעו של החומר. הקביעה הזו, כפי שהצביעה טאוב, תואמת את תיאוריית התנועה האריסטוטלית, כי אריסטו מייחס לחומרים מתכלים תנועה בקו ישר, בעוד שלחומרים שאינם מתכלים הוא מייחס תנועה במעגל, ובאופן דומה, מפריד בין הקל והכבד על פי כיוון תנועתם (לכיוון מרכז כדור הארץ או החוצה ממנו).⁷² כלומר, כחלק מהטיעון לחיזוק מעמדה של המתמטיקה, תלמי קובע שהמתמטיקה היא כלי מרכזי במחקר הפיזיקלי, ואת ההסבר לכך הוא מבסס על הגדרות התנועה האריסטוטליות. השלב האחרון בטענה של תלמי, שהמתמטיקה היא העיסוק הטוב ביותר, מתקשר לתועלת האתית והרוחנית שבעיסוק המתמטי.

וגדולה מזו: מדע זה נותן טביעת-עין לבני-אדם לתפוס את דרך הטוב והנאה במידות ובמעשים על-ידי התבוננות באחדות הצורה, בסדר היפה, בסימטריה ובפשטות הנוהגים בגרמי השמים, והוא מכניס בלב הדבקים בו אהבת היופי האלוהי הזה, וכאילו מרגיל אותם בנפשם תכשיר עצמה לנוהג הדומה לו.⁷³

תלמי קובע בפסקה הזו שהמחקר המתמטי מאפשר לאדם להגיע למצב רוחני שמדמה את זה של האל. הסיבה לכך היא שהמתמטיקאי, בעיסוקו במתמטיקה, מושפע ממנה אתית ומקבל ממנה תכונות מסוימות כגון יציבות ורוגע. תכונות אלה, טוען תלמי, דומות לתכונות המאפיינות את האל, כך שהאדם הופך להיות מעין חיקוי של האל הנצחי, היציב, שאינו משתנה או מתערער. טאוב הראתה שהטענה הזו אינה ייחודית לתלמי, אלא בעלת שורשים אפלטוניים:

אלוה המציא ונתן לנו ראייה, למען נתבונן במעגלי התבונה שבשמיים, ונזדקק להם לצורך מחזורי מחשבתנו שהם בני מינם של הללו, אף על פי שמזועזעים הם, והללו לא יחול בהם זעזוע; ומתוך שנכירם לדעת ונדע לחשב אותם אל נכון לפי טבעם, נזכה לייצג מתוך הזדהות עמם את מעגלי האל שאין בהם שום תנועה ולייצב מתוך כך את התנועות שבקרבו.⁷⁴

על אף שהטענה הזו לא פרי מחשבתו של תלמי, היא חשובה לטיעון של תלמי, ומשלימה אותו. אם קודם הציג תלמי את המתמטיקה בתור המחקר הנעלה ביחס לשאר תחומי המחקר העיוני, כעת הוא גם מציב אותה בתור פרקטיקה אתית יעילה, שמשגיחה את מה שאלקינוס, פילוסוף אפלטוני בן זמנו של תלמי, קורא לו "המטרה הסופית של האדם": הגעה למצב רוחני דומה לזה של הישות האלוהית.⁷⁵

⁷² Taub, *Ptolemy's Universe*, p. 28.

⁷³ פטולימאיוס, *החיבור המתמטי*, עמ' 121.

⁷⁴ אפלטון, טימאיוס. *כל כתבי אפלטון*. תרגום: יהודה ליבס. ירושלים ותל אביב: שוקן, 1999. עמ' 550.

⁷⁵ Alcinoüs, *Didaskalikos* 28, *Alcinoüs: The Handbook of Platonism*, translated by John Dillon. Oxford, Oxford

University Press, 1993. p. 37.

2.3 ההקדמה לחיבור המתמטי – למה דווקא אסטרונומיה?

כתוצאה מכל אלה, נראה שתלמי הצליח לספק הצדקה לעיסוק במתמטיקה. לתלמי נותר להסביר את המשיכה שלו למחקר האסטרונומי ואת הסיבות לעיסוק דווקא בו ולא בשאר התחומים המתמטיים. ההסבר הראשון נוגע למושג המחקר של האסטרונומיה, גרמי השמיים. לפי תלמי, גרמי השמיים נצחיים ותכונותיהם אינן משתנות; הם נעים באותה התנועה המעגלית הקצובה לעד. שתי הטענות האלה מבוססות אצל אריסטו, שטוען גם הוא שגרמי השמיים אינם ברי-השחתה.⁷⁶ נוסף על כך, אריסטו טוען שמלבד התנועה המעגלית שהם מבצעים, גרמי השמיים לא עוברים כל שינוי.⁷⁷ נראה שמתפיסה דומה לזו של אריסטו תלמי גוזר שהאופי הנצחי של גרמי השמיים מאציל את עצמו על המחקר האסטרונומי, וגורם לידע האסטרונומי להפוך לנצחי ולא משתנה בעצמו. עבור תלמי הטענות הנוגעות לתנועתו של מאדים הן נצחיות מכיוון שמאדים ימשיך לעשות את אותה התנועה לעד.

נוסף על כך, תלמי טוען שהעיסוק באסטרונומיה מהווה כלי שיכול לשמש את המחקר התיאולוגי. יותר מכך, תלמי טוען שהאסטרונומיה היא המתאימה ביותר להתקדמות במחקר התיאולוגי, יותר מכל שאר תחומי הפילוסופיה. הנימוק של תלמי לטענה הראשונה נוגע בתכונות שלהם ובקרבה שלהם לאלוהות. הקרבה הזו מתבטאת בתכונות המשותפות לישות האלוהית ולגרמי השמיים, נצחיות וחוסר בשינוי. תלמי משתמש בהגדרה הזו כדי לטעון שכתוצאה מההיכרות של המחקר האסטרונומי עם התכונות האלה, שקיימות גם אצל הגופים השמיים, ניתן להשתמש במחקר האסטרונומי כדי להגיע להבנה בנוגע לישות האלוהית, מושא המחקר התיאולוגי. לפי פקה, הטענה הראשונה אינה ייחודית לתלמי.⁷⁸ היא טוענת שניתן לזהות את המקור לטיעון הזה אצל אפלטון:

מאחר שאותם הרקמים שבשמיים – בתחום הנראה נרקמו, נכונה תהיה הדעה, שהם עולים ביופיים ודיוקים על כל בני מינם (...) "אם כן", אמרתי, "נשתמש ברקמה זו שבשמיים כבדוגמה לצורך המדע המכוון לני"ל."⁷⁹

אפלטון טוען כאן שהגופים השמיים מדמים את האידיאות, את המציאות העליונה, יותר מכל שאר הדברים שבמציאות הגשמית. לפיכך, הוא קובע כי המחקר של הגופים השמיים יכול לשמש הכנה למחקר של המציאות המושכלת. לפי פקה, טענות כגון זו, הנוגעות לתועלת של המחקר האסטרונומי במחקר התיאולוגי, המשיכו במסורת האפלטונית, וכי ניתן למצוא אותן אצל פילוסופים אפלטוניים בני זמנו של תלמי, כדוגמת אלקינוס:⁸⁰

ואף ביישום מחשבתנו לאסטרונומיה אנו מובלים מהגופים הנראים למהות הברורה והבלתי נראית (...). המחקר המתמטי, אם כן, הוא כמבוא להתעמקות באידיאות.⁸¹

⁷⁶ Aristotle, *On the Heavens*. 270a13-24, p. 21.

⁷⁷ Aristotle, *On the Heavens* 284a15-20, p. 135.

⁷⁸ Feke, *Ptolemy's Philosophy*, pp. 46-7.

⁷⁹ אפלטון, **פוליטיאה**, עמ' 442-443.

⁸⁰ Feke, *Ptolemy's Philosophy*, pp. 47-8.

⁸¹ Alcinous, *Didaskalikos* 7.4, p. 14.

ניתן להבחין בדמיון בין הנימוקים של תלמי לנימוקים של אפלטון ושל אלקינוס.⁸² שלושתם מתייחסים לשלמות היחסית שיש לגרמי השמיים, ושמדמה את השלמות של הגופים האידיאות. למרות זאת, הדיון של תלמי שונה מזה של אלקינוס ושל אפלטון באופן מהותי. אלקינוס ואפלטון מתייחסים לאסטרונומיה בתור הקדמה למחקר המטפיזי באופן כללי, בעוד שתלמי מתייחס למחקר האסטרונומי בתור הכלי האפשרי היחיד עבור המחקר התיאולוגי. הטענה של תלמי, אם כן, שונה מזו של אפלטון ושל אלקינוס משתי בחינות. ראשית, תלמי טוען שהאסטרונומיה קשורה למחקר התיאולוגי באופן ספציפי. נוסף על כך, תלמי מציב את המחקר האסטרונומי בתור כלי בתוך המחקר המדובר, ולא בתור הקדמה לעיסוק בו. לאור ההבדלים האלה, הקשר שמייחסת פקה לטענות של תלמי ושל אפלטון ואלקינוס לא נראה כקשר מהותי. קשר מהותי כזה ניתן למצוא בין ההצעה התיאולוגית של תלמי לבין שיטה תיאולוגית שהייתה נוכחת בתיאולוגיה בת זמנו של תלמי. נסתכל על קטעים מכתביהם של אלקינוס ושל קלסוס, גם הוא פילוסוף בן זמנו של תלמי:

השיטה הראשונה לתפוס את האל היא על ידי הפשטה של התכונות הללו, בדיוק כמו שאנו תופסים נקודה תוך הפשטה מהתופעה החושית, בתחילה על ידי תפיסה של משטח, אז של קו, ולבסוף של נקודה. השיטה השנייה לתפוס אותו היא אנלוגיה (...). השיטה השלישית לתפוס אותו היא כזו: אדם יכול ראשית להרהר אודות היופי בעצמים, לאחר מכן הוא פונה ליופי בנשמה, אז [ליופי] במנהגים ובחוקים, לאחר מכן ליים הרחב של היופי, שאחריו משיג האדם אינטואיציה של ה"טוב" עצמו ושל הנאהב והרצוי (...). ויחד עם כל אלו מקבל אדם אינטואיציה בנוגע לאלוהים.⁸³

הדרכים שמציין אלקינוס נמצאות גם אצל קלסוס, אם כי הוא מספק פחות פרטים בנוגע לתהליך:

אנו עלולים להשיג תפיסה כלשהי של הישות הראשונית שלא ניתן לתארה ששופכת עליה אור באמצעות סינתזה עם דברים אחרים, או באמצעות הפרדה אנליטית מהם, או באמצעות אנלוגיה.⁸⁴

בעוד שאלקינוס מפרט הרבה יותר מקלסוס, ניתן לקבוע ששניהם מציגים תפיסה דומה בנוגע לדרכים לתפוס את האל. את השיטה התיאולוגית הראשונה שלהם מדמה אלקינוס להפשטה המתמטית. באותו האופן שבו מופשטת הנקודה, בתחילה מן המשטח ואחר כך מן הקו, כך ניתן להגיע להבנה בנוגע לאל. התיאולוג מפשיט מן האל בדרך השלילה תכונות מסוימות, וכך הוא משיג הבנה על האל.⁸⁵ השנייה היא באמצעות השוואה בין יחסים של עצמים גשמיים לבין היחסים התיאולוגיים, כאשר אלקינוס מביא כדוגמה את היחסים בין השמש לרואה ולנראה, ליחסים בין האל לנשמה. הדרך השלישית נוגעת לשימוש בתכונות משותפות לאל ולאובייקטים שניתן לחוש אותם. בתחילת הדיון שלו אודות האל אלקינוס מייחס לו את התכונה של יופי. הוא ממשיך ומציע שכדי לתפוס את היופי הזה, ניתן לעבור תהליך שמתחיל מתפיסת היופי המוחשי, אחר כך האינטלקטואלי, עד שלבסוף אותו אדם מגיע להבנה או תפיסה כלשהי בנוגע לאל. בעצם, באמצעות התעמקות בתכונות שנמצאות ברמה מסוימת גם באל וגם בגופים המוחשיים,

⁸² יש המקשרים בין דמותו המסתורית של אלקינוס לפילוסוף האפלטוני אלבינוס, גם הוא בן המאה השנייה לספירה.

⁸³ Alcinous, *Didaskalikos* 10.5-6, p. 19-20.

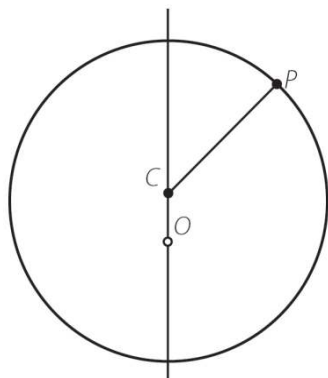
⁸⁴ Origen, *Contra Celsum* 7.42. Translated by Chadwick, Henry. Cambridge: Cambridge University Press, 1953. pp. 429-430.

⁸⁵ R. E. Witt. *Albinus and the History of Middle Platonism*. Cambridge: Cambridge University press, 1937. p.

ניתן להגיע להבנה תיאולוגית. במבט שני על ההסבר שתלמי מספק ליישום האסטרונומי במחקר התיאולוגי, ניתן לראות דמיון רב בין זה לבין השיטה השלישית שמציגים אלקינוס וקלסוס. תלמי מציב את גרמי השמיים בתור הגופים המוחשיים הכי קרובים בתכונותיהם לאלוהות. הוא ממשיך וטוען שבאמצעות התעמקות במחקר של הגופים בעלי תכונות שקיימות גם אצל האל, ניתן להגיע לתובנות בנוגע לאל. זו בדיוק השיטה התיאולוגית השלישית שמתוארת אצל אלקינוס ואצל קלסוס. המחקר המודרני בהתייחסו למשנה הפילוסופית של תלמי לא התעמק בנקודה החשובה הזו; גם טאוב וגם פקה לא בדקו את ההקשר התיאולוגי של הפילוסופיה בת זמנו של תלמי, שמגלה לנו את אופיו של החידוש התיאולוגי שלו. בעצם, תלמי משתמש בהגדרות ובטענות של המסורות הפילוסופיות בנות זמנו כדי לטעון טענות חדשות, שמצדיקות ומרוממות את המחקר האסטרונומי.

לאחר שתלמי מציב את המחקר האסטרונומי בתור שיטה תיאולוגית, הוא ממשיך וטוען שהמחקר האסטרונומי הוא הכלי התיאולוגי היחיד שמסוגל לספק "ניחוש טוב" בנוגע לטבע של האלוהות. הנימוק שהוא מספק לכך הוא שרק לגרמי השמיים יש חלק מהתכונות שתלמי מייחס לישות האלוהית, דהיינו, נצחיות וחוסר בשינוי. לכן, בהיותם היחידים שיש להם תכונות שמשותפות לישות האלוהית, רק גרמי השמיים יכולים לשמש בתור גוף מוחשי שמספק תובנות על הישות הזו. לא רק שתלמי מציב את האסטרונומיה בתור מחקר תיאולוגי, בניגוד למיקום הקודם שייחסו לה במסורת האפלטונית, אלא במטרה להסביר את העיסוק באסטרונומיה, תלמי הופך אותה למחקר התיאולוגי היחיד בגבולות האפשר.

2.4 מודל האקוונט – דוגמה מתמטית לגישה פילוסופית



איור 3: המודל האקסצנטרי. נקודה O מייצגת את כדור הארץ. נקודה P מייצגת את כוכב הלכת הנע בתנועה מעגלית קצובה סביב נקודת האקסצנטריות C.

מעבר להתעמקות בהקדמה למחקר המתמטי, יש לעמוד על האופן בו הגישה התלמאית מתבטאת במודלים של החיבור המתמטי. המקום המובהק ביותר שבו הטענה התלמאית, לפיה המחקר האסטרונומי הוא הדרך להגיע לאמת, הוא מודל האקוונט. מודל זה, שנועד לפתור בעיה הנוגעת לאופן שבו נעים כוכבי הלכת כפי שהם נראים עבור צופה בכדור הארץ, סתר חלק משמעותי במסורת האסטרונומית היוונית – עיקרון "הצלת התופעות". עיקרון זה הוא החוט המאחד דיון אסטרונומי יווני בן 500 שנים, החל במודל שתי הספירות של אודוקסוס מקנידוס, וכלה במודלים של תלמי.⁸⁶ באופן כללי, מטרתו של האסטרונום היווני היא בניית מודל גיאומטרי המתאר את תנועת גרמי השמיים באמצעות מספר תנועות מעגליות קצובות, כלומר תנועה במסלול מעגלי כאשר בזמנים שווים עובר גרם השמיים מרחקים שווים. באם הוא נתקל בחריגות של

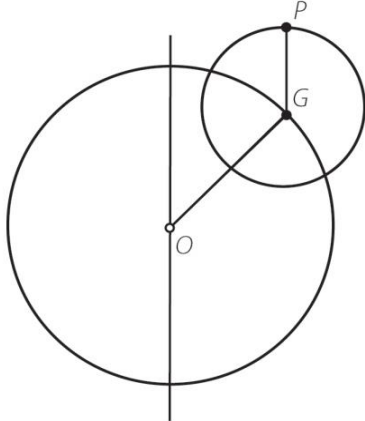
גרמי השמיים מהתנועה הזו, על האסטרונום להראות שעל אף החריגות הללו, גרם השמיים נע בתנועה מעגלית קצובה.⁸⁷ כדי להציל את התופעות, השתמשו אסטרונומים קודמים לתלמי, כדוגמת היפרכוס

⁸⁶ אודוקסוס מקנידוס (355-408 לפנה"ס) היה אסטרונום ומתמטיקאי, תלמידו של אפלטון. לפי מודל שתי הספירות שלו, העולם מחולק לשתי ספירות. הספירה הראשונה היא כדור הארץ, נטוע במקומו במרכז היקום. על הספירה השנייה יושבים כוכבי השבת. השמש ושאר כוכבי הלכת נמצאים בין שתי הספירות הללו.

⁸⁷ Pierre, Duhem. *To Save the Phenomena: An Essay on the Idea of Physical Theory from Plato to Galileo.*

Translated by Edmund Dolan and Chanina Maschler. The University of Chicago, 1969. pp. 5-6.

ואפולוניוס, בשני מודלים גיאומטריים.⁸⁸ המודל הראשון, המודל האקסצנטרי, מניח כי מרכז המסלול של גרם השמיים אינו כדור הארץ אלא נקודה אחרת קרובה לו (איור 3).⁸⁹ במקום לנוע סביב נקודה O המייצגת את כדור הארץ, נע גרם השמיים P בתנועה מעגלית קצובה סביב נקודה C כלשהי. חישוב מיקומה המדויק של הנקודה נעשה בהתאם לתצפיות. דוגמה למודל שיישם את המודל האקסצנטרי הוא מודל השמש של



איור 4: המודל האפיציקלי. נקודה O מייצגת את מרכז המעגל האקסצנטרי. נקודה P, הנמצאת על המעגל הנישא שמרכזו G, מייצגת את כוכב הלכת. מרכז המעגל הנישא G נע על המעגל הנושא.

היפרכוס, שהשתמש במעגל אקסצנטרי כדי להסביר את ההבדלים באורכן של עונות השנה.⁹⁰ היפרכוס חישב את המרחק והזווית ביחס לכדור הארץ שבה מרכז המעגל האקסצנטרי צריך להיות, כך שההסבר לשוני בין אורכי העונות יהיה השינוי במרחק של השמש מכדור הארץ. המודל השני, הנקרא המודל האפיציקלי, גם הוא מציג שינוי של מרכז התנועה המעגלית, אם כי השינוי במודל זה דרסטי יותר ביחס למודל הקודם. במקרה זה, מרכז התנועה של גרם השמיים נע בעצמו. במקום לנוע על מעגל אחד סביב נקודה אקסצנטרית, נע גרם השמיים בתנועה מעגלית קצובה על המעגל הנישא (אפיציקל) בעל המרכז G. המרכז G עליו נע גרם השמיים נע גם הוא על מעגל נושא שמרכזו בנקודה O, כדור הארץ.⁹¹ בעצם, המודל האפיציקלי מתאר את תנועת גרמי השמיים כמורכבת משתי תנועות מעגליות קצובות משולבות יחדיו.

שני הפתרונות הללו, המודל האקסצנטרי והמודל האפיציקלי, הצליחו לתקן אי-דיוקים בתחזיות של מודלים קודמים, מנגד, עבור חלק כוכבי הלכת, המודלים הללו לא סיפקו את הדיוק שלפני תלמי נדרש ממודל אסטרונומי.⁹² מודל האקוונט הוצע כדי לפתור את הבעייתיות הזו. כמו במודלים הקודמים, גם החידוש במודל האקוונט נוגע לשינוי במרכז התנועה המעגלית הקצובה, אך השינוי שתלמי הציע מהותי יותר מהשינויים שהוצגו במודל האפיציקלי והאקסצנטרי. ראשית, תלמי שילב במודל האקוונט את המודל האקסצנטרי עם האפיציקלי; גרם השמיים P נע בתנועה מעגלית קצובה מרכז המעגל הנישא G (איור 4). מרכז המעגל הנישא G נע סביב נקודה C, האקסצנטרית ביחס לכדור הארץ המיוצג על ידי הנקודה O. חידושו של תלמי מתבטא הוא בהצגת הנקודה E, האקוונט. האקוונט מוגדר כנקודה ממנה נראית תנועתו של מרכז המעגל הנישא G כתנועה בעלת מהירות זוויתית קצובה.⁹³ הגדרה זו מרחיקה לכת משאר הפתרונות שתוארו קודם לכן. במודלים הקודמים מרכזי התנועה, בין אם של כוכב הלכת ובין אם של מרכז

⁸⁸ היפרכוס מניקיאה (190-128 לפנה"ס) היה אסטרונום, גיאוגרף ומתמטיקאי יווני. תלמי מתייחס אליו כמקור השראה ומשתמש רבות בתצפיותיו; אפולוניוס מפרגה (262-190) גם הוא אסטרונום ומתמטיקאי יווני. תלמי מתייחס לתרומתו לאסטרונומיה בחיבור המתמטי 12.1.

⁸⁹ בתת-פרק זה השתמשתי באיורים מתוך:

James, Zainaldin, "The Philosophical Justification for the Equant in Ptolemy's Almagest". *Phronesis*, vol. 62, no. 4, 2017, pp. 417-442.

Claudius, Ptolemy. *Almagest*, 3.4, H233, *Ptolemy's Almagest*, ed. and trans. G. J. Toomer, with forward by ⁹⁰ Owen Gingerich. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1998. p. 153.

Ptolemy, *Almagest* 3.3 H218, p. 144. ⁹¹

Ptolemy, *Almagest* 9.2 H210-11, p. 421. ⁹²

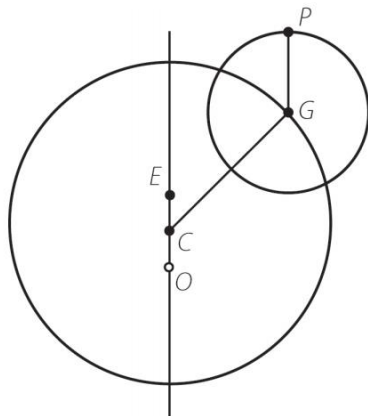
Ptolemy, *Almagest* 3.4 H252-3, pp. 442-3. ⁹³

המעגל הנישא, כולם היו גם מרכזי המהירות הזוויתית. החידוש של האקוונט הוא בפיצול מרכז התנועה לשני מרכזים שונים, האחד הוא מרכז התנועה והאחר הוא מרכז המהירות הזוויתית.

מודל האקוונט מפתיע במיוחד, מכיוון שהוא מהווה סתירה ישירה עם הצלת התופעות, אותה הוא בבירור נסה להשיג בניסיונו לפתור את הבעיה של כוכבי הלכת:

קעת מטרתנו היא להדגים עבור תנועת חמשת כוכבי הלכת, בדיוק כפי שעשינו עבור השמש והירח, שאת כל חריגותיהן הנראות ניתן להסביר על ידי תנועה מעגלית קצובה, שהרי זו היא הראויה לטבעם של יצורים שמימיים, בעוד שאי-סדר וחוסר אחידות זרים להם.⁹⁴

הסתירה הזו, בין ההתחייבות לתנועה המעגלית קצובה סביב מרכז יחיד, לבין מודל האקוונט, היא סתירה שתלמי מתייחס ומביא טיעונים להגנת המודל הזה. מההגנה הזו ניתן ללמוד עוד על הקשר בין הגישה הפילוסופית של תלמי לבין המודלים המתמטיים עצמם.



איור 5: מודל האקוונט. הנקודה P מייצגת את כוכב הלכת שנע על המעגל הנישא שמרכזו G. המרכז G נע על המעגל הנושא שמרכזו C. נקודה E מייצגת את האקוונט. נקודה O מייצגת את כדור הארץ.

ההערות לעיל [הנוגעות לחוסר היכולת של היפרכוס ואחרים להתייחס לחריגות של חמשת כוכבי הלכת] לא מוזכרות במטרה להתפאר. אלא דווקא, אם בשלב כלשהו אנו נאלצים להשתמש במשהו שנוגד את התיאוריה, לצורך העניין, כאשר אנו מבצעים מספר השערות בסיסיות לא על בסיס עיקרון מפורש, אלא באמצעות ניסוי וטעיה (...). אנו יכולים להצדיק זאת, שהרי אנו יודעים כי השימוש בדברים מהסוג הזה לא יפגע במטרתנו כלל וכלל, כל עוד לא נובעת מהם שגיאה משמעותית. ומכיוון שאנו יודעים בנוסף על כך שהשערות לא מוכחות, בהינתן רק שהן מתאימות לתופעות, לא יכולות להתגלות ללא שיטתיות ותשומת לב כלשהי, אפילו אם קשה להסביר מהיכן הן הגיעו. שהרי גם באופן כללי, סיבתן של

עקרונות ראשוניים, מטבעה, או שאינה קיימת או שקשה לתאר אותה. לבסוף, אנו יודעים כי רב-גוניות מסוימת בסוגי ההשערות על המעגלים של כוכבי הלכת לא יכולה להיחשב כמוזרה או נוגדת להיגיון, מאחר והתופעות של כוכבי הלכת עצמן נתפסות כשוונות. שהרי, על אף שתנועה מעגלית אחידה נשמרת בכל המקרים ללא יוצא מן הכלל, התופעות הפרטניות מוסברות בהתאם לעיקרון כללי ומוסמך יותר מאשר דמיון בין ההשערות [של כל כוכבי הלכת].⁹⁵

הפתרון לבעייתיות הזו טמון בטענה האחרונה של תלמי, ובהשלכות של הטענה הזו. תלמי טוען כי באופן כללי גרמי השמיים נעים בתנועה מעגלית קצובה, אך כאשר חוקר האסטרונום תופעות ספציפיות, עליו לפעול לפי עקרונות אחרים. בעוד שבמבט ראשון לא ברור לאילו עקרונות תלמי מתכוון, ההקשר של האקוונט מבהיר את משמעות הטענה הזו; העקרונות המנחים אליהם תלמי מתייחס הם העקרונות שבאמצעותם הוא הגיע למודל האקוונט. העיקרון הראשון שמתאים לתיאור הזה הוא התאמת המודל האסטרונומי לתצפיות באופן מדויק. ישנן מספר סיבות להאמין שזה הרעיון שהוביל את תלמי לבניית

Ptolemy, *Almagest* 3.4 H233, p. 153. ⁹⁴

Ptolemy, *Almagest* 9.2 H212, p. 422. ⁹⁵

מודל האקוונט. ראשית, עצם הסטייה מעיקרון הצלת התופעות לטובת מודל שמצליח לחזות בדיוק רב יותר את מיקומם של כוכבי הלכת כבר מעידה על החשיבות של הדיוק התצפיתי עבור תלמי. אם הוא היה מוכן לעבור על שימור התופעות כדי להגיע למודל האקוונט, ברור שהיה עיקרון קודם לכך שגרם לו לעשות כן. מעבר לכך, תלמי מציב את הדיוק התצפיתי בתור המטרה העיקרית של האסטרונום שרוצה לשכנע את קהל היעד במודלים שלו:

כל מי שמעוניין לשכנע את עצמו ואת הקהל העתידי שלו חייב להוכיח את הגודל ואת האורך של כל אחת משתי החריגות [של כוכבי הלכת] באמצעות תופעות מאומתות היטב שכולם מסכימים עליהן, אז עליו לחבר את שתי החריגות, ולגלות את הסדר והמיקום של המעגלים אשר [כוכבי הלכת] מונעים עליהם, ואת סוג התנועה שלהם. ולבסוף, עליו לגרום לכל התופעות להתאים לאופי שהוא מייחס למערך המעגלים שלו. וזה, אני חושש, התגלה כקשה אפילו עבור היפרכוס.⁹⁶

הבעיה של היפרכוס, שתלמי משבח אותו עד אין קץ ב**חיבור המתמטי**, נגעה בקושי להתאים את התופעות למודל האסטרונומי שלו. כלומר, ברור שהעיקרון המרכזי שהוביל את תלמי להגיע למודל כזה הוא עיקרון הדיוק התצפיתי. לבסוף, גם בפסקת ההגנה טוען תלמי כי ההתאמה בין המודל לתצפיות נותנת למודל מעמד מסוים, גם אם הוא לא מציל את התופעות. כלומר, גם בגרסה האפולוגטית, החשיבות שתלמי מייחס לתצפיות גבוהה. העיקרון השני שמנחה את תלמי בדיון האקוונט הוא המהלך הגיאומטרי, שבאמצעותו הוא מצא את הנקודה שמקיימת את תנאי האקוונט. פנייתו של תלמי למתמטיקה כדרך להגיע למודל מדויק יותר וההנמכה בחשיבותו של העיקרון הפיזיקלי לא מפתיעה. למעשה, יש כאן ביטוי ברור לטענה של תלמי בהקדמה:

הפיזיקה דנה בחומר שהוא רופף וסתום, ולפיכך אין כל תקווה שבדברים הללו יגיעו הפילוסופים לכלל דעה אחת. רק המתמטיקה יכולה לספק ידע ודאי ובלתי מעורער לחסידיה, בהנחה שהם ניגשים אליה באופן קפדני.⁹⁷

המחקר הפיזיקלי, כותב תלמי, אינו מדויק. דווקא המחקר המתמטי הוא זה שיכול להתמודד עם חוסר הדיוק הזה. כלומר, מודל האקוונט מבטא גישה פילוסופית, לפיה באמצעות גיאומטריה ואריתמטיקה, שהן שיטות וודאיות לחלוטין, ובאמצעות תצפיות מדויקות, ניתן לבנות מודל טוב הרבה יותר ממודל שעומד על עיקרון פיזיקלי כללי כעיקרון הצלת התופעות. זהו ייצוג מובהק של הגישה התלמאית, שנידונה לאורך הפרק הזה, לפיה המחקר המתמטי הוא הדרך הטובה ביותר להבין את המציאות.

Ptolemy, *Almagest* 9.2 H211, p. 422. ⁹⁶

Ptolemy, *Almagest* 1.1 H7, p. 5. ⁹⁷

פרק שלישי – שקיעתה של המסורת התלמאית

3.1 התיאולוגיה של תלמי

את הבסיס לגישתו המתמטית של תלמי, שייחס עליונות למחקר המתמטי, ניתן לחלק לשני טיעונים. הטיעון הראשון נוגע לעליונות המתמטיקה ביחס לתחומים האחרים, וכולל את טענותיו של תלמי נגד העיסוק התיאולוגי והפיזיקלי. הטיעון השני של תלמי כולל טענות בנוגע למתמטיקה כשלעצמה, שמצדיקות את העיסוק בה. טענות בנוגע לשימושיות האתית של המתמטיקה, לצורך העניין, נכנסות תחת הטיעון הזה. כדי להבין מדוע הגישה התלמאית לא מצאה המשך בעת העתיקה המאוחרת, יש להבין מה גרם להוגים לאורך התקופה הזו לרפרף ולא להביע עניין בתוכן ההקדמה של **החיבור המתמטי**, ובפרט בכל אחד מהטיעונים לעיל. לאור זאת, חלקו הראשון של הפרק הזה יוקדש לטיעון הראשון, ויטען בו כי השינויים התיאולוגיים שהתחוללו במסגרת התרבויות סביב אגן הים התיכון במאות הראשונות לספירה הם שהובילו לכך שטענותיו של תלמי נגד התיאולוגיה איבדו מתוקפן. החלק השני יוקדש לטיעון השני, ויראה כיצד המחקר המתמטי ובפרט המחקר האסטרונומי, ירד מגדולתו באסכולה הניאופלטונית.

כדי להגיע לידי הבנה של ההבדלים בין התיאולוגיה שתלמי מתאר בהקדמה ל**חיבור המתמטי** לבין התיאולוגיה הנוצרית והניאופלטונית, יש לחזור ולהבין את הטענה של תלמי נגד התיאולוגיה שהוא מתאר.

אם אדם יבור לו את הדרך הפשוטה, הרי יגיע לכלל דעה שהאל שאינו נראה ואינו נע הוא הסיבה הראשונה לתנועה הראשונה בכול. וענף מדע זה, שהוא התיאולוגיה, מחקרו בעניינים השוכנים למעלה במרומי עולם, ושאינם נודעים אלא כפעולתם בלבד, הנבדלת מכל דבר הניתן לתחושתנו (...) ומכאן יוצא שאפשר לומר על שני הענפים האחרים של החכמה העיונית, שיותר משיש בהם ודאות מדעית יש בהם משום השערה, שהרי התיאולוגיה דנה במה שסמוי מן העין ולא ניתן לבדיקה; ואילו הפיזיקה דנה בחומר שהוא רופף וסתום, ולפיכך אין כל תקווה שבדברים הללו יגיעו הפילוסופים לכלל דעה אחת.⁹⁸

הטענה המרכזית של תלמי נגד התיאולוגיה נוגעת לחוסר היכולת לבוא במגע עם האל. תלמי טוען כי האל כלל אינו קשור למציאות שבני האדם חווים. הקשר היחיד בינו לבין בני האדם היא הפעולה שהוא ביצע שהובילה למציאות. גם את הפעולה הזו אי אפשר להבין, טוען תלמי, כי היא לא דומה לשום דבר שאנחנו מכירים במציאות כפי שהיא. כלומר, בני האדם לא מסוגלים לדעת דבר על האל אותו מתאר תלמי, וברור מכאן שהתיאולוגיה לא מתאפשרת כמדע, שהרי אי אפשר לבחון את המסקנות שלה על בסיס דברים נראים לעין, ולא על בסיס שום דבר אחר. מכאן יוצא, שכדי להפריך את הטענות של תלמי נגד התיאולוגיה, יש להראות כי אכן ישנו או אפשרי קשר ישיר בין האדם לאל. קשר כזה הוא הנסיבה ההיסטורית שהפריכה את הטענה התלמאית.

⁹⁸ פטולימאיוס, **החיבור המתמטי**, עמ' 120.

3.2 שינויים תיאולוגיים בתרבויות אגן הים התיכון – עליית הנצרות

השינוי התיאולוגי הראשון, ואולי המשפיע ביותר על התיאולוגיה של אגן הים התיכון בעת העתיקה המאוחרת, הוא עליית הנצרות.⁹⁹ התמודדות מרכזית שמאפיינת את הנצרות המוקדמת, במאה השנייה והשלישית לספירה, הייתה הקשר המידי ליהדות, והשאלות התיאולוגיות שעלו בעקבות הקשר הזה. קשיים נוספים של המחשבה הנוצרית המוקדמת היו טענותיהם של הוגים מרקע יווני-קלאסי כנגד הנצרות. בשונה מהתמודדותה עם היהדות, לה כבר היה בסיס נרחב בברית החדשה, ההתמודדות עם המחשבה הפגאנית הייתה בעיה שהתפתחה עם התפשטות הנצרות, ודרשה פתרונות חדשים. מכיוון שהדיון הפילוסופי קבע במידה רבה את גבולות הדיון ואת אפשרויות המחלוקת הדתית לא יכלה הנצרות להתכחש לעקרונות הפילוסופיה ההלניסטית, זאת למרות היות הפילוסופיה חלק מן התרבות הפגאנית. הפתרון המרכזי של התיאולוגיה הנוצרית הייתה מצד אחד למצוא קווי דמיון בין הברית החדשה לפילוסופיה הקלאסית, ומצד שני להתכחש לפגאניות. תוצאות התהליך הזה היו מצד אחד ניצחון של הנצרות על הפגאניות, ניצחון שהתבטא בהתנצרותו של הקיסר קונסטנטינוס ונחתם עם סגירתה של האקדמיה בשנת 529 על ידי יוסטיניאנוס קיסר האימפריה הביזנטית.¹⁰⁰ מצד שני, התיאולוגיה הנוצרית הפכה לקשורה באופן ישיר לתיאולוגיה הקלאסית, התיאולוגיה שתפיסת האל של תלמי הגיעה ממנה. כלומר, תוך הבנה של השפעת התיאולוגיה הקלאסית על התיאולוגיה הנוצרית, ניתן להבין האם הטענה של תלמי הייתה רלוונטית עבור ההגות הזו, שהפכה שלטת בעולם היווני-רומי.

השינוי הראשון בנצרות המוקדמת שבא כתוצאה מהביקורת של פילוסופים פגאניים הם שינויים בתפיסת האל. מאל אנתרופומורפי, שמיוחסות לו תכונות אנושיות ומושפע מהאנושות, כפי שמתבטא בכתבי הקודש, האל הופך להיות אל מופשט, הדומה יותר לאל של תלמי. ההפשטה הזו נוכחת אצל מספר רב של הוגים נוצריים, חלקם אף כתבו בשפה דומה לזו של תלמי ואריסטו, "[האל הוא] בלתי פגיע, בלתי ניתן לחלוקה ובלתי ניתן לשינוי".¹⁰¹ את הפשטות הזו נאלצו הוגים נוצריים להסביר לאור כתבי הקודש, שכאמור הציגו אל אנתרופומורפי. מעבר לכך, הנצרות המוקדמת התמודדה עם ביקורת על חשיבות האמונה עבורה. התמודדותו של קלמנס מאלכסנדריה (150-215 לספירה), שהיה אחד מן האפולוגטיים הראשונים והמשפיעים במאה השנייה והשלישית לספירה, מדגימה את אופן ההתמודדות הזו, כמו כן את הטבע של החיבורים האפולוגטיים מתקופה זו.

אם מישהו יעלה במחשבתו שידע מדעי ניתן להוכיח באמצעות היגיון, עליו להיווכח שהעקרונות הראשוניים [עליהם בנוי המדע] לא ניתנים להוכחה. לא מוצאים אותם באמצעות מומחיות

⁹⁹ תת פרק זה מוגבל מבחינת כמות המקורות הראשוניים המוזכרים בו. עליית הנצרות היא תנועה עצומה, הכוללת הוגים רבים, כך שקשה לעמוד על מאפיינים כוללים שלה. פרק זה מציג גישה שהייתה מקובלת אצל מספר הוגים נוצריים שבאו במגע עם העולם ההלניסטי, ולא בהכרח בעולם הנוצרי כולו. מעבר לכך, השתמשתי באופן נרחב בספרו של פליקאן, שעובר בפירוט על התהליכים שעברה הנצרות המוקדמת. ראו:

Jaroslav, Pelikan. *The Christian Tradition: A History of the Development of Doctrine*. Vol 1, Chicago: University of Chicago Press, 1971.

Alan, Cameron. "The Last Days of the Academy at Athens." *Proceedings of the Cambridge Philological Society*, no. 15 (195), Cambridge University Press, 1969, pp. 7–29.

Pelikan, *The Christian Tradition*, p. 53.¹⁰¹

טכנית, שהיא עניינה של מעשים ולא של התבוננות, ולא במחשבה מעשית, שעוסקת במה שמשנתנה. רק באמצעות האמונה ניתן להגיע לעיקרון הראשוני של היקום.¹⁰²

יש כאן יישום ממשי של הטכניקה האפולוגטית בה השתמשו הוגים נוצריים להגנה על הנצרות. קלמנס מכניס את מושג האמונה לתוך הדיון האפיסטמולוגי של אפלטון ואריסטו, ומשתמש באפיסטמולוגיה הזו כדי להגן על האמונה הנוצרית. פסקה זו היא רק חלק קטן מתוך דיון נרחב יותר של קלמנס בדבר הצורך באמונה, אך היא מדגימה די הצורך את צורת ההתמודדות שלה. במקום לבטל את חשיבותה של הפילוסופיה הקלאסית, הנצרות המוקדמת מאמצת את הקלאסיקה הזו אל תוך עולם המושגים הנוצרי. מעבר לכך, לקביעה של קלמנס על חשיבות האמונה השלכה מרכזית על הצורה בה הוא תופס את כתבי הקודש והאופן שבו אפשר להבין את האל. חשוב להדגיש שלא מדובר כאן על האפשרות לגאולה, אלא על היכולת להבין, בתור בן אדם, את האל.

העיסוק באמונה הופך מיד לידע המבוסס על יסודות חזקים. תלמידי הפילוסופים מגדירים את הידע כאמרה שההיגיון לא יכול לערער עליה. אם כך, האם ישנו יסוד יציב ואמיתי מלבד זה של דת ממשית, שהמוביל היחיד שלה הוא המילה [של האל]? לדעתי לא! (...) אם אדם כלשהו מאמין בכתבי הקודש ויש לו כושר לשיפוט בהיר, אזי הוא מקבל את קולו של אלוהים, שנתן לו את אותם הכתבים, בתור הוכחה בלתי ניתנת להפרכה. האמונה לא צריכה את אישור ההדגמה המדעית. "אשרי אלה שאינם רואים ועם זאת מאמינים"¹⁰³

עבור קלמנס, המפתח לידע של האל טמון בכתבי הקודש, שנכתבו על ידי אנשים בעלי השראה אלוהית. האמונה בכתבי הקודש מספקת לאדם את המפתח להבנה של האל. כל שהאדם צריך כדי להבין את האל מתוך כתבי הקודש, לפי קלמנס, היא יכולת שיפוט טובה. כלומר, אדם צריך לדעת לפרש את מילותיו של האל, ולא פרשנות שמתבססת על משמעותם המילולית. פרשנות כתבי הקודש תופסת את המקום המרכזי ביותר אצל אוריגנס, תלמידו של קלמנס, שחיבר את מה שנחשב לאפולוגיה החשובה ביותר לנצרות בעת העתיקה המאוחרת. אפולוגיה זו, הנקראת "נגד קלסוס", נכתבה בתגובה לחיבור של הפילוסוף הפגאני קלסוס (פעיל ב-175-177), שביקר את הנצרות באופן נרחב.¹⁰⁴ מעבר לכך, אוריגנס נחשב לאחד מהפרשנים החשובים של הנצרות המוקדמת, ושיטת הפרשנות שלו חשובה גם היא. סוג הפרשנות הראשון שמציג אוריגנס הוא פרשנות הפשט, כלומר, הבנת הפסוקים כפשוטם. פרשנות זו, לפי אוריגנס, אמנם מספיקה עבור הנוצרים הפשוטים, אך יש בה סתירות וטעויות בעייתיות, והאינטלקטואל הנוצרי עלול לא למצוא בה את התשובות שהוא רוצה.¹⁰⁵ למעשה, אוריגנס השתמש במספר כלים פרשניים שנועדו לעזור לפרשן לפתור את הסתירות בין התפיסה האמורפית של האל, שהתפשטה בנצרות המוקדמת, לבין האנתרופומורפיות של האל התנכ"י. בין הכלים האלה ניתן למצוא את האלגוריה, שאצל אוריגנס היא חיפוש אחר משמעויות נסתרות בתוך כתבי הקודש, ברקע הידע התיאולוגי הקיים.¹⁰⁶ כלי זה הפך לאחד

Clement of Alexandria. *Stromateis: Books One to Three*. Translated by Ferguson, John. Washington D.C.: The Catholic University of America Press, 1991. p. 166.

Clement, *Stromateis* 2.2, p. 163.¹⁰³

Origen, *Contra Celsum*. Translated by Chadwick, Henry. Cambridge: Cambridge University Press, 1953.¹⁰⁴

John A, McGuckin. *The Westminster handbook to Origen*. Louisville: Westminster John Knox Press, 2004.¹⁰⁵ pp. 193-4.

McGuckin, *The Westminster handbook to Origen*, p. 49.¹⁰⁶

מתוך ארבעת כלי הפרשנות התיאולוגיים שנעשה בהם שימוש נרחב בימי הביניים.¹⁰⁷ כלומר, גם אוריגנס ראה את הבעיה להבנת האל כבעיה פרשנית, ולא בעיה אפיסטמולוגית.

לגישה זו השלכות משמעותיות על האופן שבו אוריגנס תופס את כתבי הקודש. לפי אוריגנס, כמו לפי קלמנס, כתבי הקודש נכתבו ממקור אלוהי ולא ממקור אנושי.¹⁰⁸ אבל כאמור, במקום להסתכל על הפרשנות המילולית של הפסוקים, על הפרשן הנוצרי למצוא בתוך הפסוקים הללו את המשמעות הנסתרת, שפותרת את הסתירה הזו. ביטוי להבדל בין הפרשנויות הללו, שמתייחס גם לאפשרות לדעת על האל, נמצאת בדיון של אוריגנס סביב טענתו של אפלטון, שקשה להבין את האל, וגם כאשר מבינים אותו, קשה להראות אותו לשאר האנשים.

אנו בוודאי מסכימים שזה קשה לחזות בבורא והאב של היקום. אבל ניתן לראותו, ולא רק באופן המרומז במילים, " אשרי ברי לבב, כי הם יראו את אלוהים", אלא גם באופן המרומז באמרתו של צלם האלוהים חסר הדמות [ישו], "הרואה אותי רואה את האב". בניסוח זה, אף אדם בעל תבונה כלשהי לא יטען שישו מתייחס כאן לגופו הממשי, הנראה לאדם, באומרו "הרואה אותי רואה את האב". שהרי במקרה זה, האב היה נראה אפילו על ידי כל אלה שאמרו, "צלוב, צלוב אותו!"¹⁰⁹

שוב, ניתן לראות כיצד ההבנה של האל הפכה להיות בעיה פרשנית. הידע הנוגע לאל קיים וזמין, כל מה שצריך זו קריאה מובחנת בפסוקים, והיכולת להתאים בין הקונספציה של האל והתכונות המתאימות לו בתור כזה, לפי קריטריונים קלאסיים, לבין כתבי הקודש. המסקנה הברורה מכל הדברים הללו, היא שעל אף ההשפעה הנרחבת של תפיסת האל בפילוסופיה ההלניסטית על המחשבה הנוצרית, הטענה התלמאית הייתה לא רלוונטית עבור הנצרות המוקדמת. ברגע שהוגים נוצרים קיבלו את כתבי הקודש כמילותיו של האל, שנכתבו על ידי אנשים שקיבלו את השראתם מרוח הקודש, שהיא חלק מהאלוהות, כבר אין דרך לטעון שהאדם לא יכול לתפוס את האל. האל הנוצרי אמנם מופשט, רחוק, ולא מושפע מהעניינים הארציים, אבל ניתן להכיר אותו ולהבין אותו.

3.3 שינויים התיאולוגיים בתרבויות אגן הים התיכון – האסכולה הניאופלטונית

בצד הפגאני של העולם היווני-רומי עלתה במקביל לנצרות הפילוסופיה הניאופלטונית, הנחשבת לביטויה האחרון של הפילוסופיה היוונית העתיקה.¹¹⁰ האסכולה הזו, שהמשיכה את מסורת האקדמיה האפלטונית שנסגרה בשנת 529 לספירה על ידי הקיסר יוסטיניאנוס הראשון, הייתה מן האסכולות הפילוסופיות המובילות בעולם היווני-רומי של העת העתיקה המאוחרת. תחילתה של האסכולה הזו מזוהה עם מעברו של הפילוסוף פלוטינוס (205–270 לספירה) לרומא בשנת 245. פלוטינוס למד בתחילה באלכסנדריה, ולאחר מסע אל ארצות פרס הגיע לרומא, שם ביסס את עמדתו כמורה.¹¹¹ פלוטינוס ראה בעצמו כמפרשו של אפלטון, ולא זיהה את עצמו כנפרד מהאסכולה האפלטונית. אף על פי כן, רעיונותיו החדשים אילצו את ההיסטוריונים לזהות את האסכולה הזו כנפרדת מהאסכולה האפלטונית, בין השאר בגלל הנטיות

¹⁰⁷ McGuckin, *The Westminster handbook to Origen*, pp. 50-51.

¹⁰⁸ McGuckin, *The Westminster handbook to Origen*, p. 197.

¹⁰⁹ Origen, *Contra Celsum*, p. 431.

¹¹⁰ פלוטינוס, **אנאדות**. כרך 1, תרגום ומבוא על ידי נתן שפיגל. ירושלים: מוסד ביאליק, 1978. עמ' 34.

¹¹¹ Pauliina, Remes. *Neoplatonism*. Stocksfield: Acumen, 2008. p. 1

שלה למיסטיקה ודת.¹¹² הנטיות המיסטיות הללו היוו את הסיבה העיקרית לכך שהטענה התלמאית לא הייתה רלוונטית עבור האסכולה הזו.

בנוגע למטפיזיקה הניאופלטונית, פלוטינוס הסכים עם אפלטון בנוגע לחלוקת המציאות לשני חלקים, כלומר למציאות מושכלת, המתאפיינת בשלמות, שממנה נגזרת המציאות הגשמית, שאינה מושלמת.¹¹³ פלוטינוס פיתח את חלוקת המציאות של אפלטון לכדי מערכת מטפיזית שלמה, הנקראת "סולם ההוויה". בראש סולם ההוויה נמצא "האחד", שהוא העיקרון הראשוני של כל הדברים הקיימים. האחד מהווה שלמות מוחלטת, ובהיותו מושלם לחלוטין, אי אפשר לתאר אותו.¹¹⁴ כל תיאור של האחד יגרע מן השלמות המוחלטת שלו. לכן, טוען פלוטינוס, הדרך היחידה שבה אפשר לדבר על האחד היא באמצעות תיאורים שליליים.¹¹⁵ מעבר לכך, פלוטינוס טוען שהאחד הוא מקור כל הדברים. הסיבה לכך היא שהאחד מושלם, ותכונה של שלמות כזו לפי פלוטינוס, היא ההתרבות.¹¹⁶ להתרבות זו קורא פלוטינוס האצלה (emanation). אך מכיוון שהאחד יכול להיות רק אחד, הוא לא יכול לשכפל את עצמו, ולכן מה שנגזר ממנו בהכרח שונה ממנו. כך נוצר השלב הבא בסולם ההוויה, השכל. השכל הוא למעשה האידיאות כולן מאוחדות לתוך ישות אחת, ובתורו גם הוא מאציל, עד ליצירת סולם ההוויה, שהשלב האחרון בו הוא העולם הגשמי. ההיררכיה של סולם ההוויה תלויה במרחק של כל שלב מהאחד, כאשר השכל הוא הכי קרוב לאחד, והעולם הגשמי הכי רחוק ממנו.

הפן המיסטי-דתי של המחשבה הניאופלטונית מתבטא ברצון לעלות בסולם ההוויה עד להתאחדות עם האחד. הדרך שבה מתאפשרת האחדות הזו, לפי פלוטינוס, היא באמצעות נפש האדם. לפי המשנה הניאופלטונית, האדם מכיל בתוכו כמעט את כל השלבים של סולם ההוויה. מצד אחד יש בו את הגוף הגשמי, הרחוק לחלוטין מהאחד, ומצד שני קיימת בו הנפש האנושית, שנגזרת באופן ישיר מהשכל. לכן, האדם יכול לעלות בסולם ההוויה, ולהגיע לאחדות. במילותיו של פרוקלוס, פילוסוף ניאופלטוני שנחשב לאחד הפילוסופים החשובים בעת העתיקה, תהליך העלייה מתואר כך:

לפיכך, אם הדבר האלוהי בר-ידיעה בכלל, נותר שהוא נתפס על ידי אופן הקיום התואם לו בנפש, והוא בר-ידיעה על ידי כך (...) כי בכל שלב [בסולם ההוויה] אנו אומרים "דומה ידוע על ידי מה שדומה לו"; הוי אומר, את התחום הגשמי מכירים החושים (...) התחום השכלי ידוע על ידי השכל; כלומר, התחום המאוחד ביותר מוכר על ידי "האחד" שבתוכנו, ועל ידי האלמנט שאי אפשר לתאר שנמצא בנו, [אנו מכירים] את הבל-יתואר. זו הסיבה בגללה סוקרטס באלקיאדס צדק בהכריזו שעל ידי כניסתה לעצמה, הנפש מסוגלת לראות לא רק את כל הדברים האחרים, אלא גם את האל.¹¹⁷

בגלל שהנפש של האדם נגזרת מהאחד, היא יכולה לדעת אותו. הדרך להשיג את האחדות הזו היא דרך תהליך פנים-נפשי. על האדם להכין את עצמו מוסרית, ללטש את תכונותיו, לבצע ריטואלים מסוימים

¹¹² Remes, *Neoplatonism*, p. 2.

¹¹³ פלוטינוס, **אנאדות**, עמ' 35.

¹¹⁴ פלוטינוס, **אנאדות**, עמ' 74.

¹¹⁵ פלוטינוס, **אנאדות**, עמ' 74.

¹¹⁶ פלוטינוס, **אנאדות**, עמ' 75.

¹¹⁷ Proclus, *Platonic Theology* I.3. From Pauliina. *Neoplatonism*. Stocksfield: Acumen, 2008. p. 166.

המסייעים לאדם להשתחרר מגופו, ובסופם הוא יגיע למצב רוחני של אחדות עם האל.¹¹⁸ את האחדות הזו, מדווח פלוטינוס, הוא השיג ארבעה פעמים בחייו:

פעמים הרבה, כשאני מקיץ מבשרי לעצמי, יוצא משאר הדברים שמסביבי בחוץ ובא בתוכי, רואה אני יופי עיזוז ונפלא; אותה שעה חזקה בי אמונתי, ששפר חלקי וגורלי, פועל אני בחיות מעולה, הואיל ובאתי לידי השווה ביד הדבר האלוהי. וכיוון שעשיתיו לי מעון, נחלתי את הכוח הפועל שלמעלה מכול ואת מעוזי בכל דבר המושכל.¹¹⁹

כלומר, לא רק שהאחדות עם האחד אפשרית, לפי פלוטינוס זו חוויה שהוא עצמו חווה מספר פעמים. ניתן להסיק שכתוצאה מהשינויים המטפיזיים שמבדילים את תלמי מהניאופלטונים, ברור שהטענה שלו לא רלוונטית עבורם. המטפיזיקה הניאופלטונית, והאחד שהיא מציעה, שונים באופן מהותי מהסיבה הראשונית של תלמי. האחד לא נמצא ברקיע, היכן שבני האדם לא יכולים להגיע אליו, אלא כל אדם מהווה חלק ממנו. לכן, טענתו של תלמי בדבר חוסר היכולת לתפוס את האחד חסרת משמעות; הנה פלוטינוס, ראש האסכולה הניאופלטונית, מספר על אותה ידיעה שלפי תלמי היא בלתי אפשרית.

3.4 פרוקלוס – מהי המתמטיקה?

מעבר לפסילת הטענה התיאולוגית של תלמי, הפילוסופיה הניאופלטונית החזירה את המחקר המתמטי למקום משני ביחס למחקר התיאולוגי. ההוגה אצלו ההתייחסות למתמטיקה הכי בולטת הוא פרוקלוס, שכתב חיבור על היסודות של אוקלידס. גישתו המתמטית של פרוקלוס מתבססת ברובה המוחלט על המטפיזיקה שלו, והמיקום של המתמטיקה בתוכה. מהמטפיזיקה המתמטית מושפעים הן יחסו לידע המתמטי עצמו והן ליישום המתמטיקה בתחומים אחרים. הגישה של פרוקלוס מתאפיינת במיקום הביניים המטפיזי שהיא מציבה עבור המחקר המתמטי. לפי פרוקלוס, מושאי המחקר המתמטי נמצאים בין מושאי המחקר התיאולוגי למושאי המחקר הפיזיקלי. גם תלמי הציב את המחקר המתמטי בין המחקרים הללו, אך ישנו הבדל מרכזי בין גישתו של תלמי לזו של פרוקלוס. בניגוד לתלמי, פרוקלוס מוסיף היררכיה מטפיזית בין שלושת המדעים העיוניים, מה שמבדיל את המהלך שלו מהמהלך התלמאי.

ההוויה המתמטית בהכרח שייכת לא לסוג הוויה הראשונה ולא להוויה האחרונה והפחות פשוטה, אלא תופסת את האמצע (...). אופייה הלא משתנה, היציב והבלתי מעורער של המשפטים הנוגעים לה [למתמטיקה] מראים שהיא נעלה ביחס לדברים מהסוג שמשתנים בחומריותם. אך האופן ההיקשי של הפרוצדורה המתמטית, ההתייחסות לנושאים שבה בלתי גמורים, בנייתה מעקרונות ראשוניים שונים לנושאים שונים – אלה מורידים את ההוויה המתמטית מתחת לטבע הבלתי-ניתן לחלוקה, הנטוע בעצמו לחלוטין.¹²⁰

לפי פרוקלוס, למתמטיקה תכונות ששמות אותה במעלה גבוהה יותר בסולם ההוויה ביחס לדברים השייכים לחלק החושי בסולם הזה. ראשית, המתמטיקה לא תלויה בחומר, כלומר אין לה תכונות משתנות

¹¹⁸ Remes, *Neoplatonism*, pp. 166-173. פלוטינוס, **אנאדות**, עמ' 104-100.

¹¹⁹ פלוטינוס, **אנאדות**. כרך 2, תרגום ומבוא על ידי נתן שפיגל. ירושלים: מוסד ביאליק, 1981. עמ' 111.

¹²⁰ Proclus, *In Eucl. 4.1-13, A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*. Translated by Glenn R. Morrow. Princeton: Princeton University Press, 1970. p. 3.

כגון חוס, קור או צבע. פרוקלוס מוסיף ואומר, כמו תלמי, שתכונות החומר הופכות אותו להפכפך, לא מובן ולנחות ביחס לדברים שאינם משתנים. נוסף על כך, פרוקלוס מייחס למתמטיקה יציבות וריגרוזיות שמאפשרת לטענות הגיאומטריות להיות וודאיות, וודאיות שגם תלמי מייחס להן. למרות זאת, למושאי המחקר המתמטי מספר חסרונות שגורמים לו להיות במיקום מטפיזי נמוך ביחס לפסגות סולם ההוויה הניאופלטוני. המתמטיקה פשוט מסובכת מדי; היא מתחלקת לנושאים, מחולקת לטענות ומשפטים, מחולקת לאקסיומות, ואין לה את הפשטות, האיחוד שיש במציאות העליונה. בעוד שהמסקנה עלולה להישמע דומה למסקנה של תלמי שהצגנו בשיעור הקודם, היא שונה במובן מהותי. בעוד שתלמי מציב את הפיזיקה, המתמטיקה והתיאולוגיה על קו אחד מטפיזי דומה, פרוקלוס מציב, כבר מההגדרה המטפיזית, היררכיה ברורה בין המציאויות שכל אחד מהנושאים האלה נוגע אליהן. ההיררכיה הזו, בעוד שהיא מציבה את המתמטיקה במיקום גבוה יותר ביחס למיקום שאריסטו ייחס לה, שונה משמעותית מההיררכיה התלמאית.

בהתייחס לאריסטו, פרוקלוס תוקף מכל כל את ההסבר האריסטוטלי לקיום של מושאי המחקר המתמטי. לפי אריסטו, כלל הרעיונות המתמטיים מקורם במציאות הפיזיקלית. פרוקלוס, מנגד, טוען כי המתמטיקה ומושאי מחקרה נובעים מאידיאות הקיימות בנפש, מעין עקרונות תבוניים בלתי תלויים במציאות החושית.¹²¹ בטיעון הראשון פרוקלוס מתייחס לאמירה כי "כל מה שנובע מעצמים משתנים מקבל מהם את תכונת השינוי".¹²² כלומר, אם המתמטיקה נובעת מדברים שניתן לחוש אותם, שנתונים לשינוי כזה או אחר (בין אם שינוי של צורה, צבע או טמפרטורה), אזי גם התוצאות המתמטיות היו כאלה. כאן מגיעה הסתירה; בגלל שהטענות המתמטיות וודאיות מבחינת פרוקלוס, כמו גם מבחינת תלמי ואחרים, ברור שאין לה את התכונות של החומר המשתנה, שאינו ברור ואינו וודאי.¹²³ לאור הסתירה הזו, פרוקלוס מבטל את הקביעה האריסטוטלית.

בטיעון השני של פרוקלוס נגד הטיעון האריסטוטלי, הוא משתמש בשתי טענות של אריסטו כדי להפריך את הטיעון שלו על המתמטיקה:

1. "ידע מוכח חייב לנבוע מהנחות בסיס נכונות, ראשוניות, אינטואיטיביות, טובות יותר, קודמות יותר וסיבתיות ביחס למסקנה".¹²⁴
2. "הדגמה אוניברסלית היא הנעלה, מכיוון שהיא מוכיחה באופן ראוי יותר את הסיבה או את העובדה המנומקת".¹²⁵

פרוקלוס רואה בשתי האמירות הללו סתירה ביחס לטענה האריסטוטלית שהמתמטיקה נובעת מהמציאות החושית. אם המתמטיקה נובעת מחוויות החושים, אז הדברים הפיזיקליים שמהם מגיע הרעיון המתמטי הם הבסיס שעליו נשענת המתמטיקה. אם המקרים הפרטיים שבהם האדם נתקל ביום-יום ומהם הוא מקבל את הרעיון המתמטי, אזי לפי אמרה א' המקרים הספציפיים האלה צריכים להיות נעלים ביחס לרעיון המתמטי עצמו. אבל טענה כזו באה בסתירה עם אמרה ב' של אריסטו, לפיה הטענה הכוללת תמיד

¹²¹ Proclus, *In Eucl.* 17.6, p. 17.

¹²² ניתן לשער כי טענה זו הייתה מקובלת בפני קהל היעד של החיבור על האלמנטים, אך לא מצאתי מקור לה אצל אפלטון או אריסטו.

¹²³ Proclus, *In Eucl.* 13.2-4, p. 11.

¹²⁴ Aristotle, *Posterior Analytics* 71b20-23, p. 3.

¹²⁵ Aristotle, *Posterior Analytics* 85b27-28, p. 37.

טובה יותר ביחס לדוגמה הפרטית. המשולש המתמטי המופשט, שמכליל את שאר סוגי המשולשים, בהכרח טוב יותר ביחס למקרים הפרטיים. מהסתירה הזו פרוקלוס מגיע למסקנה שהטענה האריסטוטלית לא תיתכן. הרעיון המתמטי בהכרח קודם לדברים הקיימים במציאות החושית.

אבל אם הרעיונות המתמטיים לא מגיעים מחוויות חושיות כאלה ואחרות, מאין הם נובעים? לפי פרוקלוס הנפש עצמה נובעת מהשכל, הישות שכוללת בתוכה את כל האידיאות.¹²⁶ כתוצאה מהנביעה הזו, גם בנפש טבועות מעין תמונות ראי של האידיאות, הנקראות "עקרונות תבוניים".¹²⁷ בין אותם עקרונות תבוניים נמצאים הרעיונות הבסיסיים ביותר של המתמטיקה, ההבנה המתמטית שממנה נובעות האקסיומות המתמטיות.¹²⁸ רעיונות כגון אקסיומת המקבילים, לדוגמה, הם מסוג ההבנות המתמטיות שנובעות מאותם עקרונות. התהליך המתמטי מתחיל מאותן אקסיומות, ובעזרת מחשבה לוגית המתמטיקאי מפתח משפטים מתמטיים ומסקנות מתמטיות. המתמטיקה בעצם לוקחת שני מקומות בנפש; מצד אחד העקרונות המתמטיים הכי בסיסיים הם חלק ממה שמרכיב את הנפש, ומצד שני היא מרכיבה את המשפטים המתמטיים באמצעות העקרונות הלוגיים שנמצאים בה. נוכל לסכם שעל פי פרוקלוס, למתמטיקה מקום ביניים מבחינה מטפיזית. היא אמנם לא מדע אמפירי שנובע מהחושים, ולכן האובייקטים המתמטיים נעלים על האובייקטים החושיים, אבל היא גם לא המדע הנעלה, ואין לה את התכונות הנדרשות ממדע כזה.

3.5 פרוקלוס – אפיסטמולוגיה של המתמטיקה

בתחום האפיסטמולוגי, הגישה התיאולוגית של פרוקלוס משפיעה באופן ברור על הצורה שה הוא תופס את הידע המתמטי. אבל ראשית כל, האפיסטמולוגיה של פרוקלוס קשורה קשר ישיר לדימוי הקו המחולק של אפלטון. לפי אפלטון, את רמות הידע אפשר לדמות לקו המחולק ביחס מסוים לשני חלקים, כאשר החלק הראשון מייצג את תחום הידע המושכל והשני מייצג את תחום הידע הנראה.¹²⁹ את חלקי הקו ניתן להפריד באופן דומה, כך שנותר קו המחולק לארבעה חלקים. החלק המושכל מתחלק לשני חלקים, הראשון והטוב מביניהם נקרא "הכרה שכלית", השני והנחות נקרא "מחשבה".¹³⁰ המחשבה, לפי אפלטון, כוללת בתוכה את כל תחומי הידע הדדוקטיביים, כלומר כל תחומי הידע שמשמשים בהנחות בסיס. כדוגמה לידע השייך למחשבה אפלטון בוחן את המחקר הגיאומטרי. במחקר הגיאומטרי ישנן אקסיומות, עליהן מתבסס הדיןן הגיאומטרי והמתמטיקאי משתמש בשרטוטים והדגמות ויזואליות כדי להגיע למסקנות כלליות, כשאר תחומי המחשבה. השלב הכי גבוה של הידע, ההכרה השכלית, נבדל מהמחשבה ככלל ומהמתמטיקה בפרט בכך שהוא לא לוקח את הנחות הבסיס כעקרונות ראשוניים, שאין משהו קודם להם, אלא כשלבים אל הבנה ראשונית שלא מתבססת על דבר.¹³¹

¹²⁶ Proclus, *In Eucl.* 16.9-11, p. 14.

¹²⁷ Proclus, *In Eucl.* 18.14-19.5, p. 16.

¹²⁸ Proclus, *In Eucl.* 16.23, p. 14.

¹²⁹ אפלטון, פוליטיאה, עמ' 510.

¹³⁰ אפלטון, פוליטיאה, עמ' 510.

¹³¹ אפלטון, פוליטיאה, עמ' 510.

בסיווג המיקום האפיסטמולוגי של המתמטיקה פרוקלוס אמנם משתמש בחלוקת הידע הזו, אך בצורה מעט שונה.

אני חושב שזו הסיבה בגללה אפלטון התנה סוגים שונים של ידיעה לדרגות הגבוהות, האמצעיות והתחתונות של המציאות. למציאויות שאינן מחולקות (המציאות המושכלת) הוא ייחס את הידע השכלתני, שמבחין בדברים שניתן להבין בדרך פשוטה ואינטואיטיבית, ושגלל החופשיות שלו מחומר, הטוהר שלו, והמצב האחיד בו הוא בא במגע עם הדברים הקיימים הוא עולה על כל שאר סוגי הידע. לדברים המחולקים בדרגה הנמוכה ביותר של הטבע, היינו, כל מה שניתן לחוש, הוא ייחס את תחום הדעה, שמחזיק באמת בצורה מעורפלת, בעוד שלאמצעיים, כמו הצורות שנחקרות על ידי המתמטיקה, הוא התנה את ההבנה. אף על פי שהיא משנית ביחס לשכל ולידע הכי גבוה, ההבנה מושלמת יותר, מדויקת יותר וטהורה יותר מהדעה. שהרי היא חוצה ומגוללת את התוכן שאינו ניתן למדידה של נואוס (Noûs)¹³² על ידי ביטוי של העקרונות השכלתניים בה, ואז אוספת בחזרה את הדברים שהיא חקרה ומייחסת אותם בחזרה לנואוס.¹³³

לפי פרוקלוס, כמו לפי אפלטון המתמטיקה נמצאת באמצע הסקלה האפיסטמולוגית. אצל שניהם ישנו תחום ידע נעלה ביחס לידע המתמטי, ויש תחום ידע משני ביחס לתחום הידע המתמטי. אף על פי כן, ישנם שני הבדלים מרכזיים בין אפלטון לפרוקלוס בכל הנוגע לחלוקת הידע. ההבדל הראשון נוגע לתפיסת המתמטיקה אצל פרוקלוס. לפי אפלטון, השיטה המתמטית מוגדרת כגילוי של תוצאות מתוך הנחות בסיס ידועות. הנחות הבסיס הללו הן למעשה החיסרון של המחקר המתמטי, שהרי חסרה לו היכולת להגיע לידע שאינו מבוסס על שום ידע אחר מלבד הוא עצמו. התייחסותו של פרוקלוס למתמטיקה היא סלחנית יותר, והמערכת שבה הוא מציב את הידע המתמטי מורכבת ומפורטת יותר. לפי פרוקלוס, כמו לפי אפלטון, המתמטיקאי חוקר ומציג את ההשלכות והמסקנות הנובעות מהאקסיומות המתמטיות. פרוקלוס מוסיף על כך וטוען שאותן אקסיומות קשורות קשר ישיר למציאות המושכלת, ומשקפות בתוכן את האידיאות. חלקה השני של הטענה קשור לתרומה של המחקר המתמטי לשאר תחומי הידע. פרוקלוס למעשה טוען שהמחקר המתמטי מאפשר לנפש להתוודע לעקרונות ראשוניים שנמצאים בה. העקרונות הללו משקפות משהו מהמציאות העליונה, את האידיאות. החשיבות של השתקפות האידיאות בעקרונות המתמטיים הזו מתבטאת בכך שהיא מאפשרת לנפש להתוודע לקיום העקרונות הללו ולזהות את מה שעומד מאחורי הקיום שלה. הנפש יודעת שיש משהו מאחורי אותן אקסיומות שהיא לא יכולה להסביר, והיא שואפת להגיע להבנה בנוגע לאמת שבהם. חשוב להדגיש כי המחקר המתמטי לא מביא להבנה הזו ממש, אלא הוא רק כלי בדרך להבנה הזו. יש הרואים את הפסקה הבאה מהחיבור על היסודות כסיכום ראוי לגישה האפיסטמולוגית של פרוקלוס למתמטיקה:¹³⁴

כך הנפש, המאמנת את יכולתה לדעת, מקרינה על הדמיון, כמו על ראי, את הרעיונות של הצורות [המתמטיות]. והדמיון, המקבל את הרשמים של הרעיונות הנמצאים בתוך הנפש כבבואות (...). מאפשר לנפש הזדמנות לפנות פנימה מהבבואות ולהיווכח לעצמה. הדבר דומה לאדם המביט בעצמו במראה ומתפעל מכוח הטבע המתבטא במראהו אמור לרצות להביט בעצמו ישירות

¹³² נואוס (Noûs), או האינטלקט, הוא אותו 'שכל' שהוזכר בפרק 3.2, כלומר, ישות אלוהית הכוללת בתוכה את כל האידיאות.

¹³³ Proclus, *In Eucl.* 4.14-31, pp. 3-4.

¹³⁴ Radek, Chlup. *Proclus: An Introduction.* Cambridge University Press, 2012. p. 154.

ולהחזיק כוח כזה שיאפשר לו להפוך בו זמנית לרואה ולנראה. באופן דומה, כאשר הנפש מביטה מחוצה לה אל הדמיון, רואה היא את הצורות המצטיירות שם ובהיותה הלומה מהיופי ומהסדר שלהן, היא מעריצה את הרעיונות שלה עצמה מהם הן [הצורות המתמטיות] נגזרות; ולמרות שהיא מעריצה את יופיין [של הצורות המתמטיות], היא פוטרת אותן כהשתקפויות ומחפשת אחר היופי שלה עצמה. היא רוצה להתעמק בתוך עצמה כדי לראות את המעגל ואת המשולש הנמצאים שם, את הדברים כולם מחוברים יחדיו ללא חלקים, להתאחד עם הדברים שהיא רואה ולחבק את הריבוי שלהם, לחזות בצורות הסודיות שבל יתוארו הנמצאות במקומות הבלתי נגישים ובמקדשים של האלים, לחשוף את היופי האלוהי כפי שהוא, ולראות מעגל חסר חלקים יותר מכל מרכז, משולש חסר הרחבות, וכל מושא ידע אחר שהשיג את האחדות מחדש.¹³⁵

בעצם, פרוקלוס מרחיב את הטענה של אפלטון, לפיה המחקר המתמטי הוא כלי חינוכי בדרך להבנה של האידיאות, ומגדיר אותה במערכת המטפיזית של הפילוסופיה הניאופלטונית שלו. המתמטיקה מאפשרת לנפש להתוודע לעקרונות הפנימיים שבתוכה, ונותנת לאדם את הרצון להבין את אותם עקרונות פנימיים. חשוב לשים לב לאמירה "היא פוטרת אותן כהשתקפויות ומחפשת אחר היופי שלה עצמה". גם כאן, המתמטיקה היא רק השתקפות של האידיאות, ותפקידה היא לעורר את הנפש כדי להגיע להבנה האמיתית. את ההבנה הזו מתאר פרוקלוס כחוויה מיסטית מסוימת, המתוארת בצורה סתומה, אך הגישה המסתמנת כאן ברורה. המתמטיקה היא עוד שלב בדרך להבנה האמיתית, ולא מטרה בפני עצמה.

3.6 פרוקלוס – מהי שימושיות המחקר המתמטי?

למיקום האפיסטמולוגי של המחקר המתמטי אצל פרוקלוס יש השלכות ביחס ליישום המתמטיקה בתחומים אחרים. עד עכשיו הדיון בשימושיות המתמטית נגע במספר הוגים שייצגו שתי גישות, כאשר הגישה הראשונה היא הספקנית כלפי השלכת המתמטיקה על תחומים אחרים, ורואה בהשלכה זו חסרונות מסוימים, והשנייה מברכת על יישומה. פרוקלוס משתייך לאסכולה השנייה, הפרו-מתמטית, אך בהתאם לשוני במסורת שלו ביחס למסורות הקודמות, גם כאן ישנם הבדלים שיש לעמוד עליהם. ראשית, בהתאם לשינויים התיאולוגיים שהוצגו קודם, יחסו של פרוקלוס לתרומת המתמטיקה למחקר התיאולוגי שונה מקודמיו.

המחקר המתמטי בראש ובראשונה מהווה חלק מתהליך העלייה בסולם הידע של פרוקלוס. קביעה זו מתבססת על המשך הדיון האפיסטמולוגי של אפלטון בו אפלטון מצביע על הנחיתות של המתמטיקה והמדעים הנלווים אליה ביחס למחקר הדיאלקטי; שלא כמו המתמטיקאי, המתייחס להנחות הבסיס שלו כאמיתות מוחלטות ולא טורח לחקור אותן ומהיכן הן נובעות, הדיאלקטיקן של אפלטון מחפש את האמת בתוך הנחות הבסיס של המתמטיקה. חוסר השימוש של המחקר הדיאלקטי בהנחות בסיס משלו הופך אותו לנעלה בעיני אפלטון. על הקביעות של אפלטון מוסיף פרוקלוס חידושים וליטושים משלו. כאמור, המטרה המרכזית והכי חשובה של המחקר המתמטי, לפי פרוקלוס, היא חשיפת העקרונות התבוניים של הנפש. הבנת העקרונות האלה מובילה להבנה של הגורם להן, השכל, ובכך בעצם להבנה של הדברים הנעלים ביותר בקיום. אז המחקר המתמטי מוציא את החוקר מהמערה, מגלה לו על קיומן של הנחות בסיס כאלו, ומאפשר לו לעבור למחקר שחוקר את הנחות הבסיס הללו, המחקר הדיאלקטי. המהלך של

¹³⁵ Proclus, *In Eucl.* 141.3-142.2, p. 113.

פרוקלוס מתבטא בהשלכת המטפיזיקה והאפיסטמולוגיה שלו על היחס בין המחקר המתמטי למחקר התיאולוגי. חשוב להזכיר שעבור פרוקלוס, בניגוד לאפלטון, המחקר הדיאלקטי לא מביא לידיעה הכי נעלה שבני האדם יכולים להשיג.¹³⁶ עבור פרוקלוס, ניתן להגיע למגע ישיר עם ישויות אלוהיות בחלקים הנעלים ביותר של המציאות ולחוות חוויות שמעבר לידע, ואשר טובות יותר מידע.¹³⁷ המגע הזה, שחלקו מגיע גם מעבר לידע, נעלה הן ביחס לידע המתמטי והן ביחס לדיאלקטי, ולכן גם כאן; המתמטיקה היא חלק מתהליך העלייה המיסטי, אך חלק משני בו. אחריה יש את המחקר הדיאלקטי, הוא הידע הגבוה ביותר שבני האדם יכולים להשיג, אך אחרי הידע הזה ישנה חוויה נוספת, חוויה האחדות, העדיפה על הידע באשר הוא.

3.7 פרוקלוס נגד האסטרונומיה התלמאית

במשך רוב הדיון המתמטי של פרוקלוס, המתמטיקה היא מושג כללי, הכולל בתוכו מושגים נוספים ומדעים נלווים. מדעים נלווים אלו, כגון האופטיקה והגיאוגרפיה, מהווים גורם עניין פחות אצל פרוקלוס. חוסר העניין הזה מתבטא אף בפירוש ל**יסודות**, שם הדיון באותם מדעים מצומצם עד לא קיים. את חוסר העניין הזה ניתן לקשר בקלות למקום הביניים שפרוקלוס ייחס למתמטיקה; המתמטיקה אמנם מעניינת מספיק ומועילה מספיק למחקר התיאולוגי כדי לעסוק בה במידה מסוימת, אך לא מספיק כדי להתעמק בה. עם זאת, לגישה הזו יש יוצא מן הכלל, הוא המחקר האסטרונומי. למעשה, פרוקלוס כתב חיבור שלם הנוגע לאסטרונומיה ולמודלים הגיאומטריים שלה. בחיבור זה, מלבד מתן אקספוזיציה למודלים האסטרונומיים של תלמי, פרוקלוס מוסיף ביקורת נוקבת כלפי השיטה המדעית שלו.

ביקורתו הראשונה של פרוקלוס כנגד המודל האסטרונומי התלמאי נוגעת לקשר בין הקיום הפיזיקלי של גרמי השמיים לבין המודל הגיאומטרי של תלמי.

גדולי האסטרונומיה, מתוך רצונם להוכיח שתנועותיהם של גרמי השמים הן סדירות, הראו בהיסח הדעת שמטבען הן לא סדירות וניתנות להשפעות מרובות. וכי מה נאמר על כל אותם המעגלים האקסצנטריים והאפיציקלים, שפיהם מלא מלהגם? כלום אינם אלא דברים שבמחשבה, או שמא יש להם קיום של ממש בגלגליהם, שאליהם חוברו? שהרי אם אינם אלא דברים שבמחשבה, נמצא שבלי משים עברו מן הגופים הקיימים בטבע אל המושכלות המאתמטיים וגזרו את הסיבות לתנועות הטבעיות מדברים, שאין להם קיום בטבע.¹³⁸

פסקה זו מתייחסת באופן ישיר לגישה המתמטית של תלמי, המתייחסת למתמטיקה ככלי הכי טוב להבנת המציאות, גם במודלים האסטרונומיים שלו. אם אותן בניות מתמטיות חסרות משמעות פיזיקלית, שואל פרוקלוס, איך זה ייתכן שאפשר להשתמש במחקר המתמטי, כדי להסביר את המציאות הפיזיקלית? ולא מדובר כאן בשימוש במתמטיקה ככלי פיזיקלי, אלא בשימוש בהסבר המתמטי כתחליף להסבר הפיזיקלי.

¹³⁶ Chlup, *Proclus: An Introduction*, p. 158.

¹³⁷ Chlup, *Proclus: An Introduction*, p. 14.

¹³⁸ פרוקלוס, "על מידת האמת שבתבנית האסטרונומית". **המחשבה הפיסיקאלית בהתהוותה: מן הפילוסופיה הקדם-סוקראטית עד הפיסיקה של הקוואנטים**. תרגם וערך שמואל סמבורסקי. מוסד ביאליק: ירושלים, 1972. עמ' 129.

ההבדל הזה משמעותי, מכיוון שבגישה הראשונה פרוקלוס תומך; לדעתו ניתן לתאר את העולם בצורה מתמטית, כי המתמטיקה יכולה לתאר את השינוי והיחס בין הדברים במציאות.¹³⁹

מעבר לכך, טוען פרוקלוס שהאסטרונומים הורסים את הסדר השמימי; במטרה "לשמר את התופעות" האסטרונומים הורסים את הסדר של גרמי השמיים, והופכים את התנועה של גרמי השמיים מפשוטה למסובכת. ישנה גם ביקורת בנוגע לשיטת העבודה האסטרונומית עצמה:

אבל באמת הם הולכים אחורנית ואינם מסיקים מסקנותיהם כמתחייבות מן ההשערות, כנהוג בשאר המדעים, אלא הם משתדלים לעצב את ההשערות על פי המסקנות שהיו צריכים לגזור אותן מן ההשערות.¹⁴⁰

ההסתמכות הזו על התופעות בעייתית מבחינת פרוקלוס כי היא הופכת את המחקר האסטרונומי ממדע דדוקטיבי למדע אמפירי. במקום להפיק את המסקנות מהנחות בסיס, לוקח האסטרונום את המסקנות כמובנות מאליהן ובונה על פיהן את המודל. המחקר האסטרונומי, אם כן, הופך נחות יותר משאר מדעים מתמטיים, הנחותים בתורם ביחס למחקר התיאולוגי. מתקבל שהמחקר האסטרונומי לפי פרוקלוס הוא תחום המחקר המתמטי הנחות, ועל אף הסייג שפרוקלוס מוסיף בסוף הדיון שלו, הגישה הפרוקליאנית לאסטרונומיה ברורה; המחקר האסטרונומי היווני לוקה בחסר, ולא ברור אם יש צורך לשקם אותו.

¹³⁹ Proclus, *In Eucl.* 22.17-23.11, pp. 21-22.

¹⁴⁰ פרוקלוס, *על מידת האמת שבתבנית האסטרונומית*, עמ' 129.

סיכום

הגישה למתמטיקה במחשבה היוונית של העת העתיקה לא הייתה אחידה. מראשיתה של המתמטיקה ועד סוף העת העתיקה, ניתנו תשובות שונות לשאלת החשיבות של המחקר המתמטי. אולם, כפי שעבודה זו הראתה, לאורך כל שנות המסורת המתמטית ההלניסטית, לא הייתה תשובה כתשובתו של תלמי ב**חיבור המתמטי**. הוגים הקודמים לו, כל אחד בדרכו שלו, טענו שהמתמטיקה היא עניין משני, ובוודאי שלא ראו בה את העיסוק האנושי הנעלה. מקצתם, כדוגמת אריסטו, ראו במחקר המתמטי מדע, אך ראו בה מדע נחות ביחס לשאר מדעים, ובפרט ביחס לתיאולוגיה. הוגים אחרים, כגון איסוקרטס וקסנופון, אף לא ראו במחקר המתמטי מדע של ממש, אלא כלי שימושי למטרות כאלו ואחרות. חמש מאות שנה לאחר שהטענות הללו עלו, והשפיעו על דורות של הוגים, תלמי הגיע עם גישה נוספת, חדשנית וחתרנית. הוא ביטל את המחקר התיאולוגי, שההוגים הקודמים לו ואף בני זמנו ראו כנעלה, וטען כי המתמטיקה לבדה ראויה לתואר "מדע". את השיטה הפילוסופית הזו הוא יישם גם בתוך המודלים האסטרונומיים שלו, בהעדפתו לפתרונות מתמטיים על פני פיזיקליים. שאלת המחקר שעלתה מתוך החידוש הזה, שואלת מדוע הגישה של תלמי, שכתביו נפוצו אף עד העולם הערבי, לא המשיכה אצל הוגים בעולם היווני-רומי של העת העתיקה המאוחרת.

מסקנתו המרכזית של מחקר זה היא ששינויים במחשבה התיאולוגית של העת העתיקה המאוחרת הובילו לכך שהגישה התלמאית איבדה מתקפותה. בפרט, עבודה זו הראתה שהטענה של תלמי נגד התיאולוגיה הייתה לא-רלוונטית עבור שתי תנועות חדשות שהפכו דומיננטיות בעת העתיקה המאוחרת. הנצרות, שבעת העתיקה המאוחרת ניהלה דיאלוג עם הפילוסופיה הפגאנית והושפעה ממנה רבות, ראתה בכתבי הקודש מקור ידע סמכותי שנכתב על ידי האל. כתוצאה מכך, טענתו של תלמי שאי אפשר להכיר את האל הייתה לא רלוונטית עבורם. מבחינתם, כתבי הקודש היו עמוד תווך בין האל לאדם, כך שגם עם תפיסת האל כישות מופשטת, נותרה בידי המאמינים היכולת להגיע להכרת האל. בצד הפגאני של המפה הרעיונית של תרבויות אגן הים התיכון, עלתה הפילוסופיה הניאופלטונית, שהביאה עמה שאיפות מיסטיות ודרכים משלה להתאחד עם האלוהות שלה. ההוגים הניאופלטונים ראו במתמטיקה שלב מוקדם בדרך לחוויה המיסטית, שהייתה מטרתם. כלומר, טענותיו הספקניות של תלמי נגד התיאולוגיה לא היו רלוונטיות גם עבור הנצרות וגם עבור הפילוסופיה הניאופלטונית. מבחינת ההתייחסות של הפילוסופיה הניאופלטונית למתמטיקה עצמה, מחקר זה הראה כיצד פרוקלוס, מגדולי הפילוסופים הניאופלטונים החזיר את המתמטיקה למקומה המשני, ובפרט למקום שאפלטון ייחס למחקר המתמטי. המתמטיקה לטענתו היא שלב מוקדם בתהליך המיסטי, שתחילתו בהבנה מתמטית, וסופו בחוויה המיסטית עצמה, שהיא מעבר לידע. מעבר לכך, פרוקלוס פרסם במאה החמישית לספירה חיבור בו הוא ביקר את פועלו האסטרונומי של תלמי. הוא טען כי המודלים של תלמי לא הגיוניים מבחינה פיזיקלית, וטען נגד השיטה האמפירית בה הוא משתמש ב**חיבור המתמטי**. כלומר, לא רק שטענותיו של תלמי בדבר עליונותה של המתמטיקה לא היו רלוונטיות עבור הוגים הניאופלטונים, באסכולה עלו קולות שהטילו דופי בעיסוק האסטרונומי של תלמי.

לבסוף, ישנם מספר כיוונים מחקרניים שהמחקר הזה סולל בפניהם את הדרך. כיוון המחקר המרכזי, הנובע באופן טבעי מהמחקר שלי, הוא ההשפעה של הרעיון הפילוסופי-מתמטי של תלמי על הוגים מהעולם הערבי. מחקר של השפעה כזו יכול להיות מעניין במיוחד לאור הפריחה של המדע האסלאמי בימי הביניים, שם נעשה שימוש גם במודלים האסטרונומיים של תלמי. כלומר, השוואה של ממצאי המחקר הזה לנסיבות הרעיוניות בעולם האסלאמי יכול להוות כיוון מחקר אפשרי. מעבר לכך, השפעה של הפילוסופיה של תלמי על מדענים כקופרניקוס וקפלר גם היא כיוון מחקר מעניין, שיכול לשפוך אור על המעבר מאסטרונומיה

היוונית של תלמי לאסטרונומיה החדשה של קופרניקוס. מחקר זה, בהתעמקותו בנסיבות הרעיוניות שהובילו לנטישת הרעיון הזה, פותח את הדרך למחקרים מהסוג הזה, ולקריטריונים הרעיוניים שיש לחפש בדיונים הבאים על ההשפעה המתמטית-רעיונית של תלמי.

ביבליוגרפיה

ספרות מקור:

- אפלטון, **כל כתבי אפלטון**. תרגום: יהודה ליבס. ירושלים: שוקן, 1999.
- אריסטו, **אתיקה: מהדורת ניקומאכוס**. תרגום: יוסף ג. ליבס. תל אביב: שוקן, 1985.
- אריסטו, **מטפיזיקה א'**. תרגום: ח"י רות. ירושלים: מאגנס, 1998.
- אריסטו, **פיזיקה א – ב**. תרגום: יהודה לנדא. ירושלים: מאגנס, 2005.
- פטולימאוס, קלאודיוס. "החיבור המתמטי". **המחשבה הפיסיקאלית בהתהוותה: מן הפילוסופיה הקדם-סוקראטית עד הפיסיקה של הקוואנטים**. תרגום ועריכה: שמואל סמבורסקי. ירושלים: מוסד ביאליק, 1972.
- פלוטינוס, **אנאדות**. כרך 1, תרגום ומבוא על ידי נתן שפיגל. ירושלים: מוסד ביאליק, 1978.
- פלוטינוס, **אנאדות**. כרך 2, תרגום ומבוא על ידי נתן שפיגל. ירושלים: מוסד ביאליק, 1978.
- פרוקלוס, "על מידת האמת שבתבנית האסטרונומית". **המחשבה הפיזיקלית מ תרגם שמואל סמבורסקי**. ירושלים: מוסד ביאליק, 1972.
- קסנופון, **זכרונות**. תרגום מיוונית אריה סימון. ירושלים: מאגנס, 1960.
- Alcinous, "Didaskalikos". *Alcinous: The Handbook of Platonism*. Translated by John Dillon. Oxford: Oxford University Press, 1993.
- Aristotle, *De Caelo*. Translated by J. L. Stocks. *The Complete Works of Aristotle*. Edited by Joanes Barnes. Princeton: Princeton University Press, 1984.
- Aristotle, *Metaphysics*. Translated by C.D.C Reeve. Cambridge: Hackett Publishing Company, 2016.
- Aristotle, *On the Heavens*. Translated by Guthrie, W. K. C. Cambridge: Harvard University Press, 1939.
- Aristotle, *Posterior analytics*, translated by Jonathan Barnes Oxford New York: Clarendon Press Oxford University Press, 1994.
- Clement of Alexandria. *Stromateis: Books One to Three*. Translated by John Ferguson. Washington D.C: The Catholic University of America Press, 1991.
- Euclid, *Elements*. Translated by T. L. Heath. 2nd ed. New York: Dover Publication, 2000.
- Euclid, *Optics*. Translated by Elaheh Kheirandish. New York: Springer, 1999. p. 10

Isocrates. *On the Peace. Areopagiticus. Against the Sophists. Antidosis. Panathenaicus*. Translated by George Norlin. Cambridge: Harvard University Press, 1929. pp. 331.

Origen, *Contra Celsum*. Translated by Chadwick, Henry. Cambridge: Cambridge University Press, 1953.

Ptolemy, Claudius. *Almagest, Ptolemy's Almagest*, ed. and trans. G. J. Toomer, with forward by Owen Gingerich. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1998.

ספרות משנה:

יעבץ, עדו. *גלגלים ומזלות*. ירושלים: מאגנס, 2010.

Chlup, Radek. *Proclus: An Introduction*. Cambridge University Press, 2012.

Duhem, Pierre. *To Save the Phenomena: An Essay on the Idea of Physical Theory from Plato to Galileo*. Translated by Edmund Dolan and Chanina Maschler. The University of Chicago, 1969

Feke, Jacqueline. *Ptolemy's Philosophy: mathematics as a way of life*. Princeton: Princeton University Press, 2018.

Lear, Jonathan. "Aristotle's Philosophy of Mathematics." *The Philosophical Review*, vol. 91, no. 2, 1982, pp. 92-161.

Modrak, D. K. W. "Aristotle on the Difference between Mathematics and Physics and First Philosophy." *Apeiron: A Journal for Ancient Philosophy and Science*, vol. 22, no. 4, 1989, pp. 121-39.

Neugebauer, Otto. *A History of Ancient Mathematical Astronomy*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1975.

Newton, Robert R. *The crime of Claudius Ptolemy*. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 1977.

Pelikan, Jaroslav. *The Christian Tradition: A History of the Development of Doctrine*. Vol 1, Chicago: University of Chicago Press, 1971.

Power, Edward J. "Class Size and Pedagogy in Isocrates' School". *History of Education Quarterly*, Vol. 6 No. 4, 1996, pp. 22-32.

Reeve, C. D. C. *Substantial Knowledge: Aristotle's metaphysics*. Indianapolis: Hackett Publishing Company, 2000.

Taub, Liba. *Ptolemy's Universe: The Natural Philosophical and Ethical Foundations of Ptolemy's Astronomy*. Chicago: Open Court, 1993.

Tolsa, Cristian. *Claudius Ptolemy and Self-Promotion: A Study on Ptolemy's Intellectual Milieu in Roman Alexandria*. 2013. University of Barcelona, PhD dissertation.

Witt, R. E. *Albinus and the History of Middle Platonism*. Cambridge: Cambridge University press, 1937

Zainaldin, James. "The Philosophical Justification for the Equant in Ptolemy's Almagest". *Phronesis*, vol. 62, no. 4, 2017, pp. 417-442